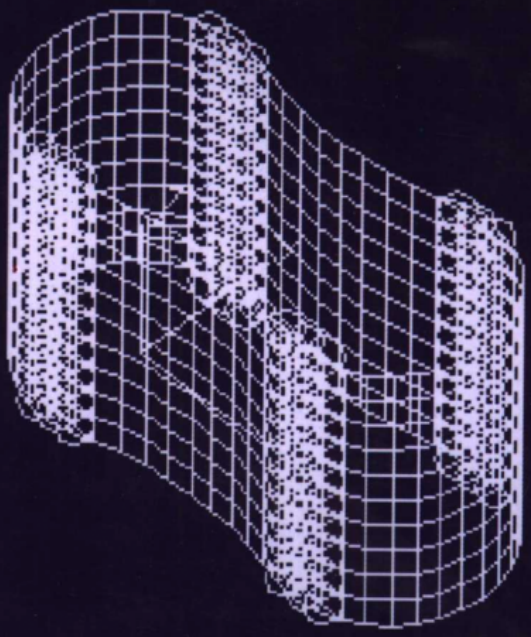
稀土超磁致伸缩换能器

◎ 贺西平 著



2

科学出版社
www.sciencep.com

(O—2521.0101)



销售分类建议：高等物理

ISBN 7—03—017413—5
定 价：28.00 元

TN712
1

稀土超磁致伸缩换能器

贺西平 著

陕西师范大学出版基金资助出版

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书是一本介绍稀土超磁致伸缩大功率换能器的设计理论和设计方法的专著。全书共分9章。第1章是绪论，主要介绍了常用的换能器材料、现代弯张换能器的设计方法及各型弯张换能器的特点；第2章分析了稀土超磁致伸缩材料的工作特性，导出了使稀土棒高效工作时沿棒轴径向均匀切割最小份数的计算公式和等效电路；第3～9章，论述了稀土超磁致伸缩大功率换能器的设计理论，并对研制出的Ⅶ和Tonpilz型换能器的性能作了测试和分析。书中先后用到了ALGOR、SYSNOISE和ANSYS这三种有限元计算软件，在相关部分都相应作了简单介绍，并在第9章中重点介绍了ANSYS在设计换能器中的应用。

本书可供从事声换能器研究工作的科技工作者、专业技术人员以及大专院校相关专业的师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

稀土超磁致伸缩换能器/贺西平著. —北京：科学出版社，2006

ISBN 7-03-017413-5

Ⅰ. 稀… Ⅱ. 贺… Ⅲ. 磁致伸缩换能器 Ⅳ. TN712

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第061744号

责任编辑：胡 凯/责任校对：钟 洋

责任印制：安春生/封面设计：王 浩

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

源海印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2006年12月第 一 版 开本：B5(720×1000)

2006年12月第一次印刷 印张：8 3/4

印数：1—2 500 字数：157 000

定价：28.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换〈路通〉)

前　言

近几十年来，随着科学技术的高速发展，人类对覆盖地球总面积71%的海洋的认识逐渐深化，海洋因其经济上的无穷潜力和战略上的重要地位，越来越被人们所重视。

影片《泰坦尼克号》吸引全世界观众的原因之一就是扑朔迷离的沉船原因、神秘的海底世界……美国加州海洋研究中心的罗伯逊说，深海发现给人类带来的利益要比那些耗资庞大的太空计划实惠得多。

可以预言，21世纪将是海洋的世纪。

海水是一种导电介质，因而电磁波在海水中的传播受到严重限制。光波本质上属于高频率的电磁波，被海水吸收损失的能量更为严重。因此，这两者在海水中都不能有效地传递信息。在海水中，声波的传播性能最佳。正因为这样，声呐技术不仅在反潜作战中享有重要的地位，而且要深入地认识海洋、开发海洋也必须借助于声呐技术。水声换能器(或基阵)是声呐的一个重要组成部分。

现代声呐技术对发射水声换能器提出的要求是：低频、大功率、高效率，并能在深海中工作等。根据水声物理的研究，人们发现用低频声波来传递信号，对于远距离目标和噪声源的定位和检测有着明显的优越性：因为低频声波在海水中传播时，被海水吸收的数值较高频声波要低，故衰减小，能比高频声波传播更远的距离，这对增大探测距离是有益的；且各型舰艇的噪声级，其低频范围内的量级远比高频范围内要高，这对用接收换能器进行检测是有利的。为了防止声波在海水中过早地产生空化效应，将换能器或基阵置于大深度上，还能使换能器发射出更大的功率。在较大的水深位置工作时，还能更有效地利用“声道效应”，以达到增大探测距离的目的。

磁致伸缩换能器是最早被采用的声学换能器类型之一，后来压电材料的发现，尤其是PZT材料的广泛应用，磁致伸缩材料几乎被取代。因为功率要求不大时，压电换能器具有结构工艺简单、性能稳定及成本低廉等优点。

随着现代声呐技术的发展和水声学应用范围的不断扩大，研究新型换能器材料及新型水声换能器或基阵显得尤为重要，这也已经受到专家学者们的高度重视。20世纪70年代初期发现的稀土超磁致伸缩材料，由于其卓越的性能以及在远程声呐和其他低频水声系统中的适用性，引起了高技术领域内的广泛重视。现在，稀土超磁致换能器研究已经成为换能器领域内的热点研究方向之一。

本书研究的是低频大功率稀土超磁致换能器的设计理论和方法。书中具体研究了 Tonpilz 换能器、Ⅶ型弯张换能器，在第 9 章中给出了一个超声频稀土超磁致换能器的设计计算实例。

全书共分 9 章：

第 1 章：介绍了各种常用换能器材料，尤其是稀土超磁致伸缩材料的性能，论述了发展中的现代弯张换能器的设计方法，简单分析了各型弯张换能器的特点，并说明了Ⅶ型大功率弯张换能器很适合于深水处工作。

第 2 章：分析了 Terfenol 棒的工作特性。确定有源材料的工作点为使稀土棒能高效工作，探讨并导出了在给定的工作频率下沿棒轴径向均匀切割最小份数的计算公式；为能定性描述组成 Terfenol 棒以外的外部磁路材料对等效电路（或换能器）的影响，并方便换能器的设计，导出了 Terfenol 棒工作的等效电路。

第 3 章：对传统的等效电路、传输矩阵、有限元的设计方法（包括考虑预应力螺栓）从理论上做出归纳、总结，并用具体的设计结果，对这几种设计方法作比较分析，发展并形成了一套计算机辅助 Tonpilz 换能器设计的实用软件。

第 4 章：分析了磁致伸缩换能器各组件中有限单元的能量关系，导出磁致伸缩换能器有限元设计的动力学方程及计算换能器性能参数的表达式。

第 5 章：对 Tonpilz 换能器进行了设计，并利用 SUPER ALGOR 有限元软件计算了这种换能器的振动模态。

第 6 章：建立了换能器流固耦合有限元动力学方程，以及辐射声场的计算理论。

第 7 章：利用 SUPER ALGOR 有限元软件计算Ⅶ型弯张换能器的振动模态以及换能器的尺寸与呼吸模态频率之间的变化关系；计算了弯张壳体装配位移与作用在壳体上的拉伸应力之间的关系曲线；结合 Terfenol 棒材料的工作特性，从理论上计算了弯张换能器在不同水深处，与其对应的工作的偏磁场之间的关系；利用 SYSNOISE 大型声学工作站计算了弯张换能器的辐射声场。

第 8 章：对研制出的Ⅶ型换能器，进行了全面的声学性能方面的实验测试研究。

第 9 章：简单介绍了 ANSYS 有限元软件用于设计、分析换能器的压电耦合功能，并在压电-压磁比拟法的基础上，用 ANSYS 软件对超声频稀土换能器的设计作了探讨和研究。

在从事本书科研的过程中，在国内最先容易接触到的有限元软件是 ALGOR，接下来是 SYSNOISE，最后为 ANSYS。作者先后都用到了这 3 种计算软件。因此，书中对与这 3 种软件结合的研究内容都作了简要的介绍。

借此机会，对西北工业大学航海学院的孙进才教授、李斌教授、张允孟教授，还有给予作者极大帮助的中国科学院声学研究所的莫喜平研究员，表示最诚挚的谢意！

由于水平有限，书中缺点与错误在所难免，恳请专家和读者批评指正。

贺西平

2005 年 12 月

目　录

第 1 章　绪论 …… 1

§1.1　常用的换能器材料 …… 1

1.1.1　压电材料 …… 1

1.1.2　压电高聚物 …… 3

1.1.3　复合材料 …… 3

1.1.4　磁致伸缩材料 …… 4

1.1.5　金属玻璃材料 …… 4

§1.2　稀土超磁致伸缩材料及其应用 …… 5

1.2.1　稀土超磁致伸缩材料 …… 5

1.2.2　在水声学上的应用 …… 7

1.2.3　在微控制领域中的应用 …… 12

1.2.4　电声学上的应用 …… 13

1.2.5　在声发射技术领域的应用 …… 14

1.2.6　大功率超声频换能器 …… 14

§1.3　弯张换能器的发展简史及其特点 …… 15

1.3.1　弯张换能器的早中期发展 …… 15

1.3.2　各型弯张换能器的特点 …… 16

1.3.3　Ⅳ型和Ⅶ型弯张换能器的特点比较 …… 17

§1.4　发展中的换能器设计方法 …… 18

1.4.1　解析解法 …… 18

1.4.2　波动力学法和等效电路法 …… 18

1.4.3　有限元法 …… 19

1.4.4　边界元法 …… 21

1.4.5　有限元和边界元法对比 …… 22

第 2 章　稀土超磁致伸缩棒的工作特性 …… 24

§2.1　稀土超磁致伸缩棒的特性 …… 24

2.1.1　不同压力下稀土棒的磁致伸缩特性 …… 24

2.1.2　不同压力下的 d_{33} 与偏磁场之间的关系 …… 26

2.1.3　材料的杨氏模量 …… 27

2.1.4　材料的其他参数 …… 27

§2.2 稀土超磁致伸缩棒的高效应用方法 …… 28
2.2.1 计算方法 …… 29
2.2.2 算例 …… 30
§2.3 稀土超磁致伸缩棒的等效电路 …… 31
2.3.1 Terfenol 棒的等效电路 …… 31
2.3.2 算例 …… 34
第 3 章 Tonpilz 换能器的设计理论 …… 36
§3.1 集中参数设计法 …… 36
§3.2 传输矩阵设计法 …… 39
3.2.1 基本原理 …… 39
3.2.2 考虑预应力螺栓的影响 …… 41
3.2.3 程序实现 …… 43
§3.3 谐振频率附近处的等效电路 …… 44
第 4 章 稀土超磁致伸缩换能器的有限元设计理论 …… 46
§4.1 稀土超磁致伸缩棒的有限元模型及设计理论 …… 47
4.1.1 单元插值函数 …… 48
4.1.2 应变 …… 49
4.1.3 单元中的能量关系 …… 49
4.1.4 动态方程 …… 52
§4.2 壳体的有限元模型 …… 53
4.2.1 平面矩形单元的刚度矩阵 …… 54
4.2.2 平板矩形弯曲单元的刚度矩阵 …… 55
4.2.3 矩形薄壳单元的刚度矩阵 …… 56
§4.3 弯张换能器中块体的有限元模型 …… 58
§4.4 弯张换能器的性能参数 …… 59
4.4.1 共振频率 …… 60
4.4.2 反共振频率 …… 60
4.4.3 电阻抗 …… 61
4.4.4 有效机电耦合系数 k_e …… 61
第 5 章 Tonpilz 换能器的设计及实验研究 …… 63
§5.1 Tonpilz 换能器的设计 …… 63
§5.2 Tonpilz 换能器中 Terfenol 棒的分割 …… 63
§5.3 Tonpilz 换能器偏磁场及预应力的施加 …… 64
§5.4 有限元法分析 Tonpilz 换能器的振动模态 …… 65
§5.5 Tonpilz 换能器性能测试 …… 65

5.5.1 换能器的性能测试 …… 65
5.5.2 设计结果与测试误差分析 …… 67
第 6 章 换能器的流固耦合方程及其辐射声场的计算 …… 68
§6.1 流固耦合有限元动力学方程的建立 …… 68
6.1.1 亥姆霍兹积分方程的应用 …… 69
6.1.2 换能器在水中振动方程的建立 …… 70
§6.2 辐射声场指向性的计算 …… 71
第 7 章 弯张换能器的设计理论 …… 74
§7.1 ALGOR 有限元软件简介 …… 74
§7.2 弯张壳体的振动模态 …… 75
7.2.1 呼吸模态 …… 75
7.2.2 呼吸模态与弯张壳体的几何尺寸之间的变化关系 …… 76
§7.3 换能器的振动模态 …… 76
7.3.1 呼吸模态 …… 77
7.3.2 弯张换能器尺寸与同相振动谐振频率的关系 …… 78
§7.4 换能器装配预应力的计算 …… 80
§7.5 换能器入水深度与偏磁场之间的关系 …… 82
7.5.1 入水深度与变化的预应力之间的关系 …… 82
7.5.2 入水深度与偏磁场的关系 …… 83
§7.6 换能器的静态电感 …… 84
§7.7 SYSNOISE 有限元软件简介 …… 85
7.7.1 SYSNOISE 的功能 …… 85
7.7.2 SYSNOISE 的分析方法 …… 85
7.7.3 SYSNOISE 一般分析步骤 …… 86
7.7.4 SYSNOISE 的后处理 …… 86
§7.8 换能器的水下振动及其辐射特性 …… 87
7.8.1 呼吸模态频率 …… 87
7.8.2 换能器声辐射特性 …… 87
§7.9 换能器的功率极限 …… 88
7.9.1 电功率极限 …… 89
7.9.2 机械功率极限 …… 90
7.9.3 热功率极限 …… 90
第 8 章 弯张换能器的实验研究 …… 92
§8.1 弯张壳体的弹性测试 …… 92
8.1.1 测试装置 …… 92

8.1.2 测试结果 …… 93
8.1.3 实验与理论计算的比较 …… 94
8.1.4 误差分析 …… 94
§8.2 弯张壳体振动模态测试 …… 95
8.2.1 模态分析理论基础 …… 95
8.2.2 实验装置简介 …… 96
8.2.3 实验结果 …… 97
§8.3 弯张换能器的振动模态测试 …… 98
8.3.1 未装夹上下盖板时 …… 98
8.3.2 装夹上下盖板后 …… 98
§8.4 谐振频率附近处的性能测试结果 …… 100
8.4.1 换能器谐振频率、阻抗特性 …… 100
8.4.2 换能器的发射特性、机械品质因数 Q_m、有效耦合系数 k_t …… 100
8.4.3 换能器发射声源级随输入电流的关系 …… 103
8.4.4 换能器的电声效率与输入电功率的关系 …… 104
8.4.5 结果分析 …… 104
§8.5 换能器声辐射特性 …… 105
§8.6 稀土超磁致伸缩换能器的测量系统介绍 …… 106
第9章 用ANSYS软件设计稀土换能器 …… 108
§9.1 ANSYS有限元软件简介 …… 108
9.1.1 软件简介 …… 108
9.1.2 ANSYS软件应用于声学及换能器领域解决的具体问题 …… 109
§9.2 ANSYS方法及工作过程简介 …… 110
9.2.1 换能器机电耦合问题的理论基础 …… 110
9.2.2 ANSYS有限元软件用于换能器分析的基本理论 …… 112
9.2.3 ANSYS处理器 …… 114
9.2.4 ANSYS软件一般分析步骤 …… 114
§9.3 压磁-压电比拟法 …… 116
§9.4 稀土超声频圆环型换能器的设计 …… 119
9.4.1 稀土换能器结构 …… 119
9.4.2 理论计算及实验测试 …… 119
9.4.3 与同频率压电陶瓷换能器尺寸比较 …… 122
参考文献 …… 124
附录 …… 128

第1章 绪 论

§1.1 常用的换能器材料

广义地说，换能器就是进行能量转换的器件，是将一种形式的能量转换成另一种形式能量的器件。声学上所说的换能器，一般都是指电声换能器，即进行电能和声能相互转换的换能器。

通常换能器都有一个电的储能元件和一个机械振动系统。这个电的储能元件中的电场或磁场的变化，借助于某种物理效应实现电机或机电转换。按其物理效应的不同，又可分为两大类：一类是由电-力效应形成换能的器件，称为电场性换能器，如电容式、压电式、压电陶瓷式、高分子材料、铁电反铁电相变式均属此类换能器；另一类是由磁-力效应形成换能的器件，称为磁场性换能器，如电动式、电磁式、磁致伸缩式、超导电式、铁磁流体等均属此类换能器。

当然，要得到声波，除了上述的物理转换机制以外，还可以利用电子束、激光、涡流、微波等来激发出声波。这方面典型的应用是用于无损检测中的激光超声技术。

材料研究是换能器研究的基础，换能器的工作机制取决于材料的工作特性。换能材料的研究，构成了换能器研究很重要的一个方面。为了对本书所采用的新型材料有较深的认识和全面的理解，这里先简单评价一下常用的几种换能器材料。

换能器材料主要分为两大类：一类是压电材料；另一类是磁致伸缩材料。常见的材料有：压电材料、压电高聚物、复合材料、金属玻璃材料、磁致伸缩材料等。

1.1.1 压电材料

1880年居里(Curie)兄弟发现了石英、电气石等具有压电效应的材料，但其真正应用是到电子管放大器发明以后才开始的。1917年，第一次世界大战时，法国物理学家朗之万(Langevin)为了制造探测潜艇用的水声器件，利用石英压电晶体发明夹心式换能器，这是换能器在水声领域中的首次应用。1946年，第二次世界大战时，对钛酸钡压电陶瓷进行了研究，在原来无一定极化方向的电畴构成的陶瓷上，施加强直流场，使整个陶瓷被极化而具有压电性。这就是压电陶瓷从单晶发展到多晶新领域的开端。

压电材料主要有两类：一类是真正的单晶体，如石英、电气石、酒石酸钾钠(罗谢耳盐)、磷酸二氢铵(ADP)、磷酸二氢铵钾(EDT)、硫酸锂等，其压电性是由于晶

体结构的不对称性而产生的；另一类是极化的多晶陶瓷，即压电陶瓷，如钛酸钡(BT)、锆钛酸铅(PZT)、铌镁锆钛酸铅等，其压电性质是人为产生的。此外，反铁电材料也属于多晶陶瓷材料。

多晶陶瓷的发现和应用已有 50 多年的历史，其发展速度是很迅速的。20 世纪 50 年代美国研制成功了锆钛酸铅，60 年代日本研制成功了铌镁酸铅陶瓷系，代号为 PCM，随后又相继研制成功了铌钴酸铅陶瓷，代号为 SPM 及铌铜酸铅陶瓷系等。

压电陶瓷材料的优点是：

(1) 其机电耦合系数，尤其是 PZT 的机电耦合系数高于一般的磁致伸缩材料，稀土超磁致伸缩材料除外。这就使得用该材料制成的换能器有较高的发射效率和较高的灵敏度，并且能在宽频带上工作。

(2) 特别是 PZT 具有较高的机电能量密度，可发射较大的功率。

(3) 除了稀土超磁致伸缩材料外，其变形比一般的磁致伸缩材料大。

(4) 可以制成所需要的任意形状，例如，平板、圆管、圆球、镶嵌结构、长条等，且可任意选取极化轴方向。

(5) 改变陶瓷的组成和工艺，能较易得到不同特性的陶瓷，以便用于不同场合。

压电陶瓷材料的缺点是：

(1) 抗张强度低于磁致伸缩材料。这不仅有碍于高功率发射，而且制造过程中易碎，不能制成大功率的换能器。可以通过施加一适当的预应力来控制，但通常预应力会改变陶瓷特性。

(2) 性能会随组合、成型或者是烧结过程中的微小变化而变化，使之性能不稳定，这在制造过程中又是难以控制的。

(3) 声速较高，不利于制成低频大功率换能器。

(4) 密度大，特性阻抗高，不利于与低特性阻抗的工作介质相匹配。

(5) 导热系数低，必须增加散热措施。

钛酸钡系陶瓷的居里点较低，约为 120℃，同时还存在－80℃和 10℃两个相变点，这使得机电常数在常用温度范围内不够稳定，使用受到限制。该系陶瓷的压电性能较弱，在强电场下电损耗也较大，这使大功率发射换能器的使用受到极大限制，尽管有人曾试图对这两方面性能进行改善，但收效甚微。

基于上述的钛酸钡系陶瓷的缺点，美国于 20 世纪 50 年代研制成功了锆钛酸铅($PbTiO_3$-$PbZnO_3$)固溶体陶瓷，即 PZT。后来又发展了一系列的 PZT 陶瓷，如 PZT-2、PZT-4、PZT-5A、PZT-5H、PZT-6A、PZT-6B、PZT-7A、PZT-8 等。由于它们具有较优异的机电性能，因而在水声换能器和大功率超声换能器中得到广泛应用。

PZT 材料的居里点较高，约为 300～360℃，又无其他相变点，因而温度稳定性好于钛酸钡系陶瓷，压电性能比钛酸钡系陶瓷强。若改变基方配比，离子取代或掺以微量杂质，PZT 性能可发生变化，以用于特殊场合。PZT 陶瓷的压电耦合系数高，PZT-4、PZT-8 陶瓷的平面耦合系数达 50%以上，制成的换能器的耦合系数也超过 50%。耦合系数高，意味着作为发射器时它的转换效率高，作为接收器时，它的灵敏度高，且能在宽频带上工作。

PZT-4、PZT-8 适合作发射换能器材料，PZT-5 适合作接收换能器材料，PZT-7 适合作各种机械延迟线等。

压电晶体和压电陶瓷的频率可以从很低的值到 10^9 Hz 以上。因而，它可用作水声换能器、功率超声换能器、检测换能器及各种高频超声器件。

另一类重要的压电材料是那些可以通过不同的沉积技术，在各种基体上沉积成薄膜的材料。在这些材料中最突出的是氧化锌(ZnO)、硫化镉(CdS)和氮化铝(AlN)。

1.1.2 压电高聚物

1969 年，日本 H. Kawai 发现了聚偏二氟乙烯(简称 PVDF 或 PVF_2)经极化处理后具有较强的压电性，所产生的内电场值可达 10^6 V/cm。PVF_2 是一种柔软的塑性薄膜，这种压电体的特点是：可制成大面积任意形状的薄膜，密度小于 $2g/cm^3$，其声阻抗与水相近；压电常数 g_{33} 较高(灵敏度高)，介电系数和耦合系数较低；压电常数 d_{33} 低，机械损耗大，谐振峰不明显；制作的成本低，但极化较困难。

因而，PVF_2 适合于作水听器、滤波器、延迟线换能器，把薄膜直接贴在船壳上，可解决换能器的笨重问题，不宜用作发射换能器材料。

另外，PVF_2 还可以制成永久极化的驻极体。其特点是：结构简单(因驻极体本身已带电，所以这种传声器无需再加极化电源)；电声性能好；抗振能力强；音质较好，频率响应宽且平坦，易小型化；价格低。

1.1.3 复合材料

压电陶瓷材料 PZT，由于其具有较大的压电系数和机电耦合系数，被广泛用作换能器的材料。但是，用 PZT 材料制作水声和医学超声换能器，其致命弱点是密度大，特性阻抗很高，很难与水或是人体的特性组织相匹配。这样就不能充分发挥这种材料的优点。此外，由于 PZT 材料的 d_h 很小，介电系数 ε 又很大，因而 $g_h(=d_h/\varepsilon)$ 很小，使得用 PZT 材料制作的水听器灵敏度很低。为了克服以上缺点，1978 年美国宾州大学的 R. E. Newnham 等人提出了用压电 PZT 材料与聚合物复合材料复合的构想，并对复合后的微观结构进行了研究。随后，压电复合材料的工艺、特性及振动模式等的研究得到了迅速的发展，取得了显著的成果。

压电 PZT/聚合物两相复合材料，由于 PZT 相及聚合物相自身连通方式的不同，其微观结构共有十种连通方式，其中研究最多的，也是在实际中最有用的只有三种，即 0-3 型、1-3 型和 3-3 型。第一个数字代表压电相的连通维数，第二个数字代表聚合物相的连通维数。两相复合材料的微观结构不同，其压电特性、机电特性也不同。0-3 型压电材料，由于具有柔软抗冲击、d_h 及 g_h 大等特性，是较理想的水听器材料；3-3 型材料，由于其压电性能好、密度低，是较好的水声换能器材料；1-3 型材料不但压电性能好，特性阻抗低，而且具有较高的机电耦合系数，容易做成高频、高灵敏度、宽带聚焦、检测及医学超声换能器。

与纯压电陶瓷相比，复合材料可能制成尺寸更大的元件，它将具有较大的构形灵活性，不易破碎，研制它的目的也在于能够得到这些改善的物理性能，并保持或改善压电陶瓷的机电参数。

1.1.4 磁致伸缩材料

自 20 世纪 20 年代起，陆续发现了各种具有磁致伸缩效应的材料。依据具有磁致伸缩效应材料特性的不同，可分为两类材料。一类是金属磁致伸缩材料，如镍、铁钴合金、铝铁合金、镍铁合金、镍钴合金等。这类材料的特点是具有高机械强度、高居里点及工作性能稳定。声呐设备中常采用这种材料制成的换能器。因这类材料的电阻率低，涡流大，故在叠片前需经过退火处理，以便每一叠片表面所形成的氧化薄膜可以作为绝缘层。另一类是铁氧体磁致伸缩材料，如镍锌铁氧体、镍铜钴铁氧体、镍锌钴铁氧体。这种材料最大优点是涡流和磁致损耗小，灵敏度高，可用来做水听器和工作频率要求较高的水声换能器。

磁致伸缩材料的磁致伸缩系数、磁导率、机电耦合系数均与极化场的大小有关，而其磁致伸缩系数一般在 30～60ppm[①]。

以上这些可称为传统的磁致伸缩材料。一般情况下，由于效率低、笨重，以及要求偏磁场而带来的不方便，磁致伸缩换能器大多已被压电换能器所取代。不过，这些换能器仍然有一些特色是压电换能器不能与之相比的，如它的电输入阻抗低、强度高不易损坏。因此，大家对这些磁致伸缩换能器的兴趣始终不减。

近年来，又研究了几种新的磁性换能材料——稀土超磁致伸缩材料、金属玻璃磁致伸缩材料及铁磁流体。本书即是采用稀土超磁致伸缩材料研究低频、大功率水声换能器。

1.1.5 金属玻璃材料

金属玻璃是一种过渡金属（如铁或镍）与一种非金属（如硼、硅、磷或碳）的玻璃

① $1ppm=1\mu m/m=10^{-6}$。

态合金，是从熔化状态经快速冷却得到的。由于冷却速度快但仍保持着金属的延展性和柔韧性，故称为金属玻璃。金属玻璃还具有表面硬度高、抗张强度大、耐腐蚀、易于磁化的特点，其电阻率也比镍大。它的有效机电耦合系数比最好的稀土铁合金还大。遗憾的是，金属玻璃的磁致伸缩系数与镍类似，仅到 40～50ppm 就饱和了，不过它相应的应变饱和点的磁场强度很低，只有 1.89～3.14Oe，而镍为 126Oe，稀土铁合金就更高了。这些限制了金属玻璃的应用，它只适合于水听器或高频换能器等小位移场合。

§1.2 稀土超磁致伸缩材料及其应用

1.2.1 稀土超磁致伸缩材料

20 世纪 70 年代初期，美国水面武器中心的 Clark 博士首先发现 $TbFe_2$，$DyFe_2$ 等二元稀土铁化合物在室温下有很大的磁致伸缩系数，80 年代初期以后进一步发展成了三元稀土铁化合物，即 RFe_2 类合金，其中 R 是 Tb、Dy、Sm 和 Ho 等二元或更多种的稀土元素，典型材料为 $Tb_xDy_{1-x}Fe_{2-y}$，它有较低的各向异性，并可以获得更大的磁致伸缩系数，被称为超磁致伸缩(giant magnetostriction)材料，也称稀土超磁致伸缩材料或稀土铁合金磁致伸缩材料。式中的 x 表示 Tb/Dy 之比，y 代表 R/Fe 之比，x 一般为 0.27～0.35，y 为 0.1～0.05。这三元稀土合金材料是由美国 Ames 实验室制成的，现在美国 Edge Technologies 公司生产，商品牌号为 Terfenol-D[式中 Ter 表示元素铽(Terbium)，fe 表示元素铁，nol 代表该材料的开发实验室的名称：Naval Ordinance Laboratory，最后的 D 代表元素镝(Dysprosium)，表示加入 Dy 后磁晶各向异性变小]，成分为 $Tb_{0.27}Dy_{0.73}Fe_{1.93}$，并已实现商品化生产。

继美国人的研究之后，瑞典、日本、英国和中国等国也进行了这方面的研究工作。现已全面研究了材料的磁学、电学、力学、热学以及它们之间的耦合特性。三元稀土铁化合物 $Tb_xDy_{1-x}Fe_{2-y}$ 中的 x、y 可有一定范围内的变化。当添加一定数量的 Mn、Al、B 等元素，有可能在常温低磁场下，不同程度地提高磁致伸缩系数和机电耦合系数，降低材料声速。因此，各国所研究的成分可能有所不同[1]。F. Claeyssen、Mark B. Moffett、A. E. Clark、D. Boucher[2~6] 对这一类材料及其换能器进行了一系列研究，他们的研究工作主要包括：计算测量材料的各向异性电弹参数，不同预应力和不同偏磁场下材料的磁致伸缩系数，不同配比合金的材料性能比较及各种形式换能器的研究设计等。

我国稀土资源丰富，在世界上储量第一。开展这方面的研究虽然较晚，但进展较为迅速。稀土超磁致伸缩材料的制备技术主要采用定向凝固法和粉末冶金法。

定向凝固法通过增加母合金中稀土元素含量，弥补制作过程中的稀土烧损，同时控制温度梯度和热流方向，采用适当的退火工艺，改进组织结构，并且不断改进制作设备。2003 年北京有色金属研究总院稀土材料国家工程研究中心自行研究开发了“一步法”新工艺，将熔炼一定向凝固一热处理等工序在一台设备上连续完成，可用来制备大直径、高性能、低成本的稀土超磁致伸缩材料，且易于批量生产。用这种工艺研制的稀土超磁致伸缩材料成本仅为国际售价的 18%，现已成功生产出直径 70mm，长 250mm 的 $TbDyFe_2$ 超磁致伸缩棒材，主要技术经济指标均达到国际先进水平。武汉理工大学首创了以提拉法无污染磁悬浮冷坩埚技术为核心的整套单晶制备和加工新技术，生产的 $Tb_{0.3}Dy_{0.7}Fe_{1.9}$ 单晶，超磁致伸缩系数为 $2000\times10^{-6}\sim2400\times10^{-6}$。北京科技大学生产的稀土超磁致伸缩材料的成分为 $Tb_{0.3}Dy_{0.7}(Fe,M)_{1.95}$（式中 M 代表 Mn、Al、B）。粉末冶金法也在不断改进，国外黏结磁致伸缩材料的磁性能已接近定向凝固棒材，Sandual 等学者制作的黏结磁致伸缩材料的磁致伸缩效应可与 Terfenol-D 相当。北京有色金属研究总院稀土材料国家工程研究中心也在进行这方面的研究工作，现成功制备出 ϕ40mm×60mm 的 Terfenol-D 黏结磁致伸缩棒材。2004 年经全国稀土标准技术委员会审定，由甘肃天星稀土功能材料有限公司制定的“铽镝铁大磁致伸缩材料”标准为国家标准。该种材料国家标准的建立，对保护国家知识产权，在国际上占据制造该种材料的技术制高点有重要意义。

各国研制的材料成分可能略有些差异，但都具有共同点。以 Terfenol-D 为例，与传统有源材料的几个典型性能参数相比较而言，具有以下特点：

Terfenol-D 的应变值很大，比镍大 40～50 倍，比 PZT 压电陶瓷大 5～8 倍，故在低频下可使得水声换能器获得很高的体积速度和声源级；能量密度高，比镍大 400～500 倍，比 PZT 压电陶瓷大 10～14 倍；耦合系数大，有利于换能器的宽带高效率工作；声速低，比镍小 3 倍，约为压电陶瓷的 1/2，有利于换能器小型化设计；居里点温度高。对大功率而言，即使是瞬间过热都将致 PZT 压电陶瓷的永久性极化完全消失，而 Terfenol-D 工作到居里温度以上只会使其磁致伸缩特性暂时消失，冷却到居里点温度以下时，其磁致伸缩特性又可完全恢复，故无过热失效问题。几张常见材料性能比较见表 1.1 所示。用稀土超磁致伸缩材料制成的换能器，很适合于远程声呐和其他低频水声系统中应用。以上特性，也引起了高技术领域的广泛重视。

自从 20 世纪 70 年代发明稀土超磁致伸缩材料以来，稀土超磁致伸缩材料制造工艺不断完善，性能不断提高，成本不断降低，应用领域不断扩大，市场迅速发展，在军民两用高技术领域显示出了广阔的应用前景，是 21 世纪军工与高新技术的重要战略材料。稀土功能材料已发展成为一个新兴的科学技术领域，是目前功能材料研究的热点，稀土超磁致伸缩材料的生产和应用被普遍认为将是新的经济增长点。近 30 年来，随着稀土超磁致伸缩材料应用范围逐渐扩大，产量不断增加。

表 1.1 几种常见材料性能比较

性能参数	Terfenol-D	纯镍	压电陶瓷	
	$Tb_{0.27}Dy_{0.73}Fe_{1.93}$	>98%Ni	PZT-4	PZT-8
杨氏模量/$N \cdot m^{-2}$	2.65×10^{-10}	20.60×10^{-10}	11.30×10^{-10}	11×10^{-10}
声速/ms^{-1}	1690	4900	4150	4500
居里点/℃	387	354	300	300
伸缩系数/$\mu m \cdot m^{-1}$	1500～2000	—40	400	250
机电耦合系数 k_{33}	0.72	0.16～0.25	0.68	0.5～0.6
d_{33}/mA^{-1}	1.7×10^{-9}	—	—	—
d_{33}/mV^{-1}	—	—	496×10^{-12}	225×10^{-12}
磁导率	9.3	60	—	—
磁弹密度/Jm^{-3}	14000～25000	30	960	2500

据美国前沿技术公司统计，全世界 Terfenol-D 合金产量从 1989 年的 100kg 增加到 1997 年的 70t。据业内人士推算美国 Etrema 公司 1999 年产值约 8 千万到 1 亿美元。该公司的总裁 Larson 预测稀土超磁致伸缩材料已进入一个稳定的需求增长期，其成长趋势与 NdFeB 永磁材料极为相似；TbDyFe 材料的未来市场预计为：2010 年 8 亿美元，2015 年 17.5 亿美元。2004 年 3 月，美国某公司用稀土超磁致伸缩材料制作燃汽轮机喷嘴，每天需要用稀土超磁致伸缩材料 20～30kg，全年约用 10t 左右。稀土超磁致伸缩材料技术和器件的研究在快速发展。据 Etrema 公司统计，2003 年与 Terfenol-D 有关的专利为 43 项，2004 年 1～7 月已申请和批准的专利为 81 项。

近十几年来，国际上相继召开了多次稀土超磁致伸缩材料的基础研究和应用开发的国际会议。国外有的把稀土超磁致伸缩材料称为 Smart 材料，国内有人翻译为智能材料，其功能还在不断地开发与发展，其应用领域也还在不断地扩大之中[7,8]。

1.2.2 在水声学上的应用

1.2.2.1 各型主动声呐发射型换能器

近些年来，用此种材料研制的水声换能器主要有复合棒纵向伸缩型（也称活塞式或 Tonpilz 换能器）[9,10]、环形或曲面弯张型换能器[11,12]、鱼唇式换能器[13]、溢流镶拼式换能器[14]以及圆环弯张式换能器等[15]。

文献[9]描述了英国研制的一具有 2kHz 的 Terfenol-D 纵向磁致伸缩声源。图 1.1 是它的结构示意图。为了使换能器在深水下不受到静水压的影响而导致其性能参数的变化，可在用钢制成的节点平面 4 上套一铝制的框架将有源材料所在

的后部与水隔绝起来。该换能器的核心元件 Terfenol-D 管，是由六个对边距为 13mm 的六角形 Terfenol-D 棒相叠而组成的，中空为六角形的一大 Terfenol-D 管，管长为 100mm，用直流线圈提供偏磁。整个换能器尺寸直径为 190mm，长为 420mm，重为 15kg，声源级达 199.5dB，总效率为 37%。

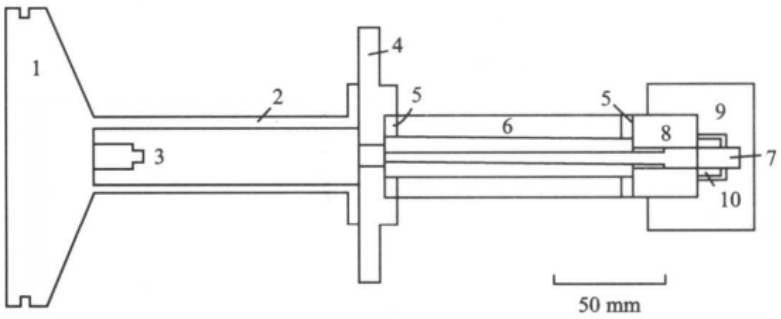


图 1.1 2kHz 的 Terfenol-D 复合棒型声源

1. 前辐射铝块；2. 铝管；3. B&K4384 加速度计；4. 钢节点平面；5. 冻石绝缘件；6. Terfenol-D 管；7. 钛螺栓；8. 内部尾块；9. 钢尾质量块；10. 钢螺帽

文献[10]用美国 EDGE Technologies 公司生产的三根 Terfenol 棒，研制了 Tonpilz 换能器，测得空气中和水中工作频率分别为 2100Hz 和 1600Hz，交流电声效率和总的电声效率分别为 30%和 20%。工作过程中，发现当输入的电功率增加时，换能器的谐振频率有漂移现象，漂移范围为 300Hz。

日本在 1992 年成功地将稀土超磁致伸缩棒（成分为 $Tb_{0.3}Dy_{0.7}Fe_{1.92}$）制成的环形换能器用于海洋断层探测，图 1.2 是他们研制的换能器[11]。外形尺寸为

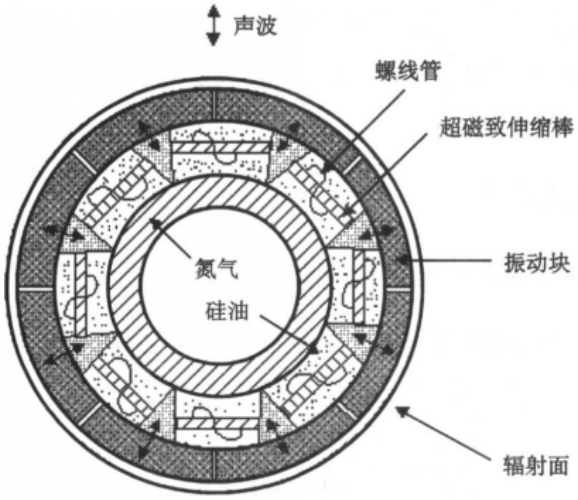


图 1.2 200Hz 海洋断层探测环形声源

940mm×370mm(直径×高),重为 410kg。有源材料由 8 个 φ20mm×120mm 的磁致伸缩棒组成,内部的高压氢气用于平衡周围的水压。在 10m 深的开阔水域中测得其谐振频率为 236Hz,带宽为 60Hz(机械品质因数 $Q=3.9$),声源级为 190.5dB,电声效率为 20%。该换能器能探测到千公里以上的范围。文中还说明,将要用定向结晶 Tb-Dy-Fe 材料研制工作频率为 70Hz,传播距离为 10000km 的海洋气候声学温度测量系统的声源。而用 PZT 压电陶瓷做的声源,有效探测距离不足 300km。

目前已研制出了数种不同形状的稀土超磁致伸缩弯张型水声换能器。图 1.3(a)表示用 Terfenol-D 制作的Ⅳ型弯张伸张换能器[12]。图 1.3(b)为永久偏磁及其驱动工作方式。沿壳体的主轴方向置放 Terfenol-D 材料,在文献[12]中描述了三种不同尺寸的这种形式的换能器:主轴分别为 0.375m、0.7m 和 0.975m,谐振频率都在 1kHz 以下,电声效率达 60%～80%。

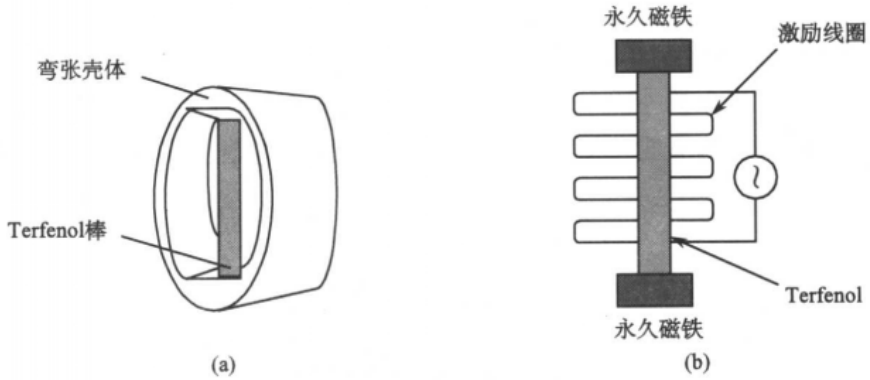


图 1.3 Terfenol 棒弯张型换能器

中国科学院莫喜平研究员提出了一种“鱼唇式”弯张换能器[13],壳体结构如图 1.4 所示。该壳体的结构特点是采用了变高度的椭圆管结构,充分利用杠杆臂的放大效应,并使等效辐射面加大。当偏磁直流电流为 2A 时,换能器的谐振频率为 1.2kHz,带宽为 200Hz,电流响应为 167dB;当偏磁直流电流为 4A 时,换能器的谐振频率为 1.1kHz,带宽为 375Hz,电流响应高于 177dB。因此,工作点对电声性能的影响是比较显著的。预计当偏磁电流增加到最佳工作点(8A)时,电流响应将进一步提高,机械品质因数将进一步降低。

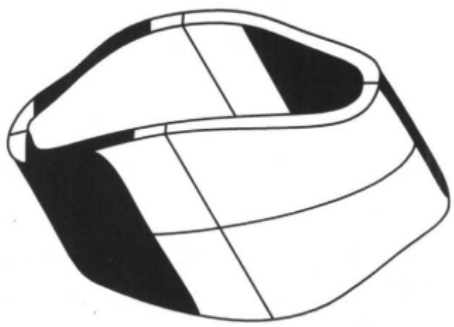


图 1.4 “鱼唇式”弯张壳体图

726 研究所研制的溢流式镶拼六面体型换能器[14],采用高磁钢永磁体做偏磁。图

1.5(a)为换能器结构图，图 1.5(b)为换能器实物图。水中谐振频率为 0.89kHz，带宽为 100Hz，电声效率为 7%，当电流为 3.5A 时，声源级为 180dB 左右。

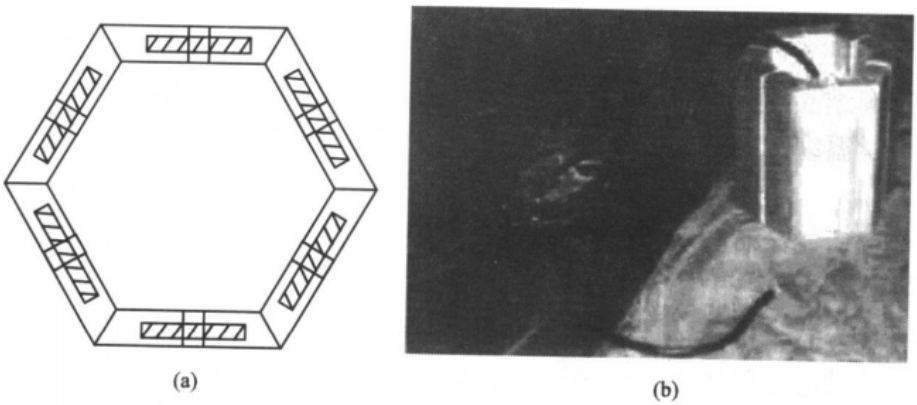


图 1.5　溢流式镶拼六面体型换能器

715 研究所先后研制了三种圆环弯张式换能器[15]，图以 C-Ⅲ型为例，采用直流线圈偏磁结构，稀土棒 ϕ12mm×75mm 的稀土棒 6 根，水中谐振频率为 790Hz，带宽为 165Hz，偏磁电流为 4A 时，图 1.6 为换能器结构图。声源级为 180dB，电声效率为 27.1%。

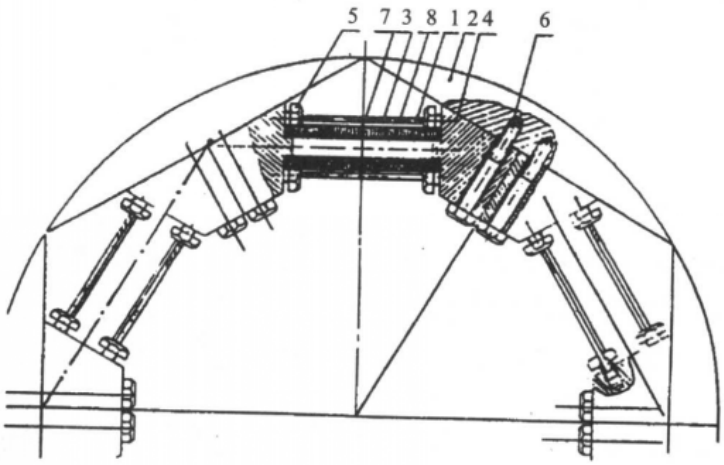


图 1.6　圆环弯张式换能器

1. 预应力丝；2. 辐射块；3. 线圈骨架；4. 变幅块；7. 稀土棒；8. 线圈绕组

海鹰企业集团有限责任公司的蔡志恂等人研制了凹筒型稀土超磁致伸缩换能器，该换能器结构似Ⅰ型弯曲伸张，但呈凹型，外型尺寸为 ϕ130mm×250mm。用稀土磁钢提供永久偏磁场谐振频率为 990Hz，发射电流响应级为 170dB，声源级为

190dB，谐振点处的效率为 7.3%[16]。

根据目前掌握的资料显示，已有十几个国家正在用该材料从事军用及民用声呐方面的研究。据美国 EDGE 公司总裁 Larson 说，预测到 2015 年稀土水声换能器声呐将在世界范围内普遍使用，那时将形成世界标准与系列。

1.2.2.2 压电-超磁致伸缩混合式宽带纵振换能器

以压电陶瓷和稀土超磁致伸缩材料（稀土棒）为驱动元件的换能器组成混合式（Hybrid）宽带纵振换能器。这两种有源元件机械串联，相互耦合，稀土棒产生低频谐振，压电陶瓷产生高频谐振。两部分振子在电路中并联工作，振动存在着一个恒定的 90°相位差。由于是压电和压磁的双激励，它们一个是电容性的，一个是电感性的，这两部件能互相电调谐使得振动一端增强一端抵消。Terfenol 能在低频段产生大的位移形变，整个振子将在低频处得到一宽频带。

混合式换能器在结构上可看是一个“质量（头）—弹簧（1）—质量（中）—弹簧（2）—质量（尾）”机械串联振动系统，如图 1.7 所示。弹簧（1）是有源压电陶瓷，弹簧（2）为稀土超磁致伸缩材料 Tefenol-D。由于 Tefenol-D 材料的刚度比压电陶瓷材料低很多，Tefenol-D 产生低频振动时，可以将前盖板和中质量集中起来看作是低频部分的前盖板；压电陶瓷材料产生高频振动时，可以认为后盖板几乎对前盖板和中质量的振动没有影响[17]。因此，后盖板质量、前盖板质量和中间质量的比例搭配要合适。文献[17]报道，在一定条件下，可以得到 1.5～5kHz 的工作频带。

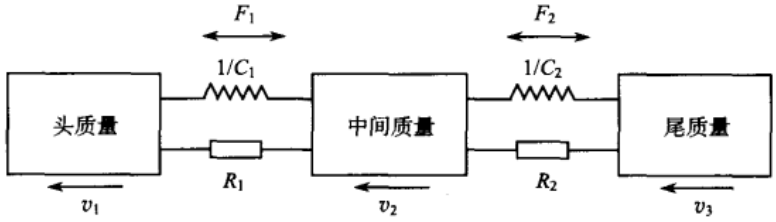


图 1.7 换能器的机械振动系统

v 为盖板振速，F 为外力，R 为阻尼，C 是有源元件的机械柔顺系数

Hybrid 换能器是一种新型的换能器，目前还存在许多尚待研究的问题：

（1）压电与压磁最佳耦合的研究，其中如何适当选取稀土振子与压电振子的机械阻抗、电阻抗、有效刚度以及合理选取各部分质量与顺性负载；

（2）最佳与合理的磁路设计、磁场的均匀性，以及如何减小磁致损耗、涡流及欧姆损耗；

（3）预应力与偏磁场合理的施加。

另外，国内生产的稀土超磁致伸缩棒的直径还不大，作单棒来说很难与压电陶

瓷在刚度上进行匹配，而多棒工作涉及施加预应力的均匀性，给磁路设计和机构装配带来更大的困难。

1.2.3 在微控制领域中的应用

近些年来，国外研制了近千种应用器件，仅批准的美国专利就已超过 100 件。

(1) 在检测领域中的应用

研究利用超磁致伸缩材料的磁致伸缩正效应或逆效应可以制作检测磁场、应变、位移、扭矩、压力和电流等的各种元器件。根据稀土超磁致伸缩材料在磁场中产生应变的原理，配以激光二极管或 PZT 材料可以制成各种测磁仪。1991 年美国依阿华大学的 R. Chung 等开发出一种超磁致伸缩激光二极管磁强计原型。美国海军采用超磁致伸缩材料开发了磁致伸缩应变计，它与传统的半导体应变计相比具有更大的动态范围、更高的灵敏度和精度，并且它的温度依赖性小，可测的频带更宽，可测应变量更小。日本东芝公司 M. Sahashi 等发明了用磁致伸缩薄膜制作的接触型扭矩传感器，其动态范围大、响应快，灵敏度比用传统金属电阻薄膜制成的扭转应变计高 10 倍[18]。

(2) 在磁(电)-机械换能器中的应用

基于超磁致伸缩材料的磁(电)-机械换能器具有大位移、强力、响应快、可靠性高、漂移量小、驱动电压低等优点，因而在超精密加工、微马达、振动控制以及流体机械等工程领域均显示出良好的应用前景，是一种很有潜力的新型智能驱动元件。

1) 在超精密加工中的应用。精度达到纳米级及以上的超精密定位系统目前大多采用基于压电陶瓷材料的致动元件，其输出功率低，且必须采取有效措施防止冲击力和高驱动电压造成的击穿短路等问题。超磁致伸缩驱动元件输出位移是电致伸缩致动器的数十倍，且可低阻抗运行。日本茨城大学江田弘和东芝公司的 Kobayashi 合作设计了定位精度达到纳米级的超磁致伸缩致动器，并将其成功地应用于大型光学金刚石车床的微进给装置。

2) 在微型马达中的应用。微型马达驱动元件可采用的材料主要有电致流变材料、形状记忆合金、压电陶瓷和超磁致伸缩材料等，其中基于超磁致伸缩材料的微型马达性能优越，应用前景非常广泛。Cedrat Recherche 首次研制并测试了超磁致伸缩摩擦马达，该马达的定子由一个环和两个超磁致伸缩线性致动器构成，产生平移和屈曲两种振动模式，并利用 90°相移耦合以产生椭圆振动，利用这种椭圆振动并借助摩擦从而将运动传递给两个转子。德国 L. Kiesewetter 利用 Terfenol-D 棒研制成功一种尺蠖式马达。当线圈通入电流并且位置发生变化时，超磁致伸缩棒交替伸缩，从而像虫子一样蠕动前进。美国 J. M. Vranish 等采用超磁致伸缩材料亦利用蠕动原理，开发出转动式步进马达。

3) 在振动控制领域中的应用。主动减振降噪机构是利用传感器检测减振对

象的振动位移信号，经控制器处理后输出一个相应的控制信号到致动器，由致动器产生大小相等、方向相反的位移以抵消振动。采用超磁致伸缩致动器作为执行机构的主动减振降噪系统有低频特性好的特点，振动衰减量最大可达70%，频率范围为0～5kHz。日本的Ohmate K. 等采用Terfenol-D设计了三连杆臂型半主动振动控制装置，可减缓由于地震、强风等产生的振动。该装置可在3个直线或转动方向产生可控的摩擦力和摩擦力矩。美国M. Anjanappa等将超磁致伸缩致动器应用于振动的主动控制中，并对其工作原理进行了理论分析与实验研究，首次给出了考虑热效应的超磁致伸缩致动器的基本数学模型。

4）在流体机械中的应用。目前，超磁致伸缩电(磁)-机械能转换器广泛地应用于各种阀门、燃油喷射系统和微型泵等。一家瑞典公司将Terfenol-D用于燃料喷射阀的驱动，并申请了专利。日本用Terfenol-D制成了微型隔膜泵；瑞典ABB公司用Terfenol-D为驱动元件设计了流体泵。

我国南京航空航天大学的顾仲权、朱金才等研究了磁致伸缩材料致动器在振动主动控制中的应用。海军工程大学的欧阳光耀、施引研究了超磁致伸缩致动器的设计方法，并将其作为振动主动控制的执行器，取得了较好的振动控制效果。浙江大学的夏春林、丁凡等研究了超磁致伸缩致动器在流体伺服器件中的应用。

1.2.4 电声学上的应用

2005年1月美国拉斯维加斯消费电子产品博览会(CES 2005)上，人们聚集在一块高2m多、厚约12mm的方形的透明厚玻璃面前。这块玻璃不仅有投射上去的视频图像，而且还有发出电影配音的音响。过往的参观者努力寻找潜伏的扬声器到底在什么地方，最后发现发声的却是巴掌大小的两个圆柱形的换能器，振动使竖立在前方的这块巨大透明玻璃发出了声音。这是美国Induction Dynamics公司推出的扬声器新产品。它实际上是一种磁致伸缩音频换能器，在国内又称为平板扬声器，因其没有振膜，又被称为没有振膜的扬声器。它的工作原理是在驱动线圈的作用下，磁致伸缩材料将音频电信号转换成为活塞或圆片的机械振动，这一往返运动由机械放大系统放大，再通过输出器驱动硬质物体发声。由于产生驱动磁场的线圈是静止的，并很容易通过外部导热介质有效散热，因此可承受非常大的功率。这种器件的特点是没有运动的音圈、锥盆和悬边，因此，不必担心损坏以及由于惯性存在造成的瞬态失真。同时，平板发声还消除了传统音箱定向发射声波带来的声像定位不佳、对聆听位置要求苛刻等负面效应。

我国也有科研单位在进行平板扬声器的研究，如中国专利ZL 01208463.8、ZL 02224933.8(平板式高保真扬声器)等都揭示了类似的结构。这种换能器还可以安装在各种各样坚硬的平板面上，并使这些板面变成扬声器，例如，装饰面内墙、天花板、地板、玻璃、夹板，甚至工作台面、书桌等等。它具有无指向发声、弥散性

强、声音均匀等特点，可应用于家庭影院系统、商店、酒吧、会议室，以及任何只要音响不要音箱的地方。当然它也可以随身携带，与随身听、MP3、笔记本电脑等声源连接，就可以驱动身边几乎所有材料的平面发声。

1.2.5 在声发射技术领域的应用

应用于声发射领域内的声源，要求重复性好、测计时准、可控、检测速度快、余震短、安全性好，应用于长距离的检测声源还需要能量大。传统的声发射声源有捶击、电火花、电雷管等，对比上面的要求，这几种声源都存在较大缺陷。压电陶瓷换能器虽然很好，但能量小、不坚实(容易有绝缘破坏、应力破坏、热破坏、疲劳破坏)、余震大等缺点，不能作为长距离的检测声源用。

应用稀土超磁致伸缩材料设计声发射震源，具有发射能量大，频率带宽，余振小、使用寿命长、重量轻、体积小、抗震性好等特点，是比较理想的声发射换能器。在水利、水电、公路、桥梁、石油等领域，例如厚混凝土检测、油井探测、波动采油、锚杆检测等方面都可以满足对声波发射的要求。另外，由于该换能器尺寸小，辐射指向性均匀，还可用于一些相应于该特点的地方。

1.2.6 大功率超声频换能器

功率超声换能器常用于超声清洗、切削、焊接等加工及处理中，工作频率在10～100kHz，声功率通常为几百瓦，有时几千瓦，要求较高振幅，在20kHz时，振幅通常在10～50μm。

采用超磁致伸缩材料，可以研制出强功率超声频换能器。由于稀土超磁致伸缩材料的特性，如用它研制超声频换能器，将在功率密度、位移振幅等方面优于压电陶瓷换能器。或者说，一个稀土超磁致伸缩换能器所产生的能量，可以等于几个压电陶瓷换能器产生的能量。

但在超声频段工作时，为提高工作效率，减少热损耗，必须面对和解决的重要问题就是如何降低这种材料的涡流损耗。

从美国ETREMA公司网页上传出来的最新消息说[19,20]，已用稀土超磁致伸缩材料作成谐振频率为20kHz的25kW的超声换能器，可使废旧轮胎脱硫，从而能将成千上万污染环境的旧轮胎转化为新轮胎，具有重大的经济和社会效益。强功率稀土超磁致伸缩超声换能器在超声化学、超声清洗、超声医疗器械等方面也将具有广泛的应用前景。

因此，稀土超磁致伸缩材料的应用范围十分广阔，涉及军事、民用等方方面面。2004年8月，美国Etrema公司销售经理Todd Kreamer先生说道："Terfenol-D材料的应用行业及应用产品几乎是无限的。"

§1.3 弯张换能器的发展简史及其特点

随着现代声呐技术的不断发展，实际应用中对换能器提出了似乎有些矛盾的要求，例如，低频、高功率、深水、小尺寸、轻重量等，给科学家和工程设计人员提出了挑战。

为了解决主动声呐换能器的小体积问题，可有两种途径。一种即是采用新材料，如前面论及的稀土铁磁致伸缩材料的发现和研究；另一种途径是将注意力转向弯张换能器。

书中利用新材料研究了 Tonpilz 和Ⅶ型弯张式这两种换能器。下面结合弯张换能器的发展简史，谈谈选择Ⅶ型弯张换能器作为我们首选的弯张型换能器的原因[21]。

1.3.1 弯张换能器的早中期发展

最早的弯张换能器可追溯到 1929 年。当时，H. C. Hayes 是华盛顿特区海军研究实验室 NRL(Naval Research Laboratory)声学分部主任。1936 年，在他的“发声及定向装置”专利中[22]，令人信服地解释了弯张换能器的工作原理：在平行放置几根长度方向磁致伸缩的驱动棒和共轴线圈的两端，通过一定的装置与两块凸形板相固接而形成椭圆形结构体，为使驱动元件在高驱动级上不会承受张应力，必须加上一定的预应力。现代弯张换能器中，驱动元件上的预应力通常是由壳体施加上的，Hayes 是通过张紧的棒来给驱动元件提供预应力的。Hayes 制作的带有两块凸形板的弯张换能器到目前为止可能是最大的。两板的尺寸为 1.8m×0.3m，椭圆的短轴与长轴之比为 0.45，壳厚为 0.32cm。在空气中的谐振频率为 540Hz，当时是作为雾中声源。1947 年 Hayes 退休时，他仍是 NRL 声学分部的主任。由于他的杰出贡献，在美国第 58 届声学会议上被授予“水声学先驱”勋章。

在 20 世纪 30 年代中期之后的相当长一段时间内，由于 NRL 缺少资金，弯张换能器未能得到进一步发展。

50 年代中期，Toulis 和他的同事们首次将弯张换能器应用于水声中。1963 年，Toulis 将其发明作了总结归档，并获得了 1966 年的专利[23]。其中一个弯张换能器的形状如图 1.8 所示。他是用压电陶瓷来设计的。Hayes 则是用磁致伸缩镍棒作为驱动元件的。

与 Toulis 同时代的还有两位对弯张换能器的发展做出了积极的贡献：一位是美国海军电子实验室(现称为海军海洋系统中心，简称 NOSC)的 F. R. Abbott，他发明了压电陶瓷圆环驱动的轴对称飞碟形的径向辐射弯张换能器，获得了 1959 年的专利[24]；另一位是 H. C. Merchant 发明的Ⅶ型弯张换能器，如图 1.9 所示。

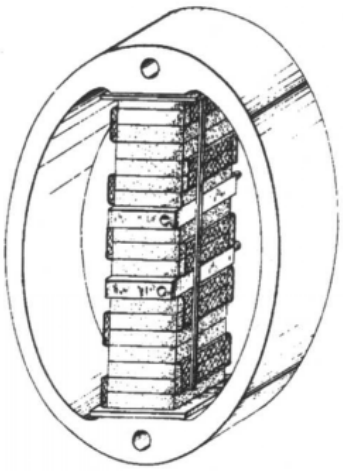


图 1.8 W. J. Toulis 的弯张换能器

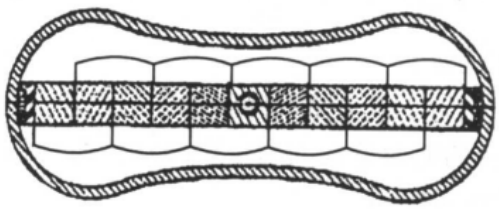


图 1.9 Merchant 的弯张换能器

他几乎和 Toulis 同时获得了 1966 年的专利[25]。

1.3.2 各型弯张换能器的特点

在正式文献中“弯张”这个名字，首次出现在 Toulis 的 1966 年的专利中。因它是由驱动元件的伸张振动和壳子的弯曲振动组合而成的，故称为弯张是很恰当的，也正是由于板(壳)的弯曲振动频率远低于其厚度振动频率，所以也理所当然地成了满足现代主动声呐换能器要求的主要对象之一。

通常，弯张换能器分为 7 种类型，如图 1.10 所示。它们的结构特点简要说明如下：

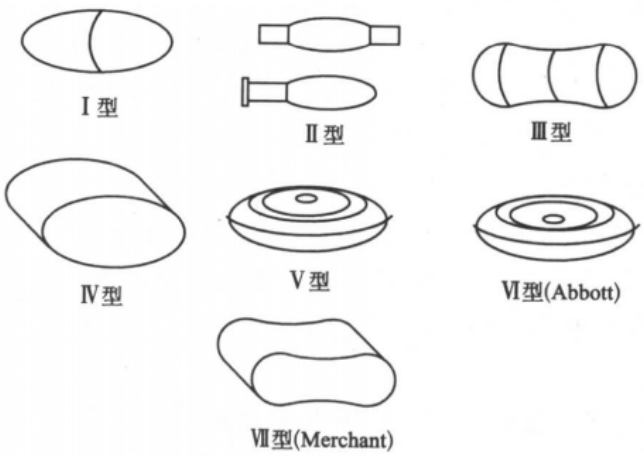


图 1.10 弯张换能器类型

Ⅰ型：由一系列圆拱形弯曲梁围成一个类似于圆桶形的振动辐射面，这些辐射面具有扁平而弯曲的表面沿长轴方向插入压电堆或磁致伸缩棒做激励元件，激励元件的伸缩振动推动弯曲梁作弯曲振动。因它的形状很像美国的橄榄球，所以可不严格地称它为“橄榄球”。

Ⅱ型：是Ⅰ型的改进，即沿着主轴两端延伸出圆柱形压电陶瓷堆，以便能放置更多的压电陶瓷，提高功率容量并展宽频带。为了能减少应力集中，提高壳体的耐疲劳强度，其曲面外壳的形状比Ⅰ型更平滑。

Ⅲ型：看起来像两个不同尺寸的Ⅰ型换能器嫁接在一起，这是想通过两个相近谐振频率的壳体来展宽换能器的频带。因为样子很像葫芦，所以又称为“葫芦式”。

Ⅳ型：是由许多椭圆管组叠在一起。在每个椭圆管中，沿长轴方向插入一个压电陶瓷堆或磁致伸缩棒，激励元件的纵振动激励椭圆壳体做弯曲振动。Hayes 的换能器即属Ⅳ型。

Ⅴ型：是由两个球冠组合而成，不严格地称它为“蛤壳”。激励元件为一圆片或一圆环，其径向振动激励这两个局部球壳做弯曲振动。

Ⅵ型：它是Ⅴ型的改进，将球壳作成凹形，这种结构体积更小，整个辐射面振动位相相同，预应力随入水深度的增加而增大。如前所述，Abbott 的专利即为该型。

Ⅶ型：它是Ⅳ型的改进，将椭圆柱面做成凹形，这种凹形结构同样可以改善预应力状态，并可使结构面振动同相，同时还可以展宽频带。Merchant 发明的专利即是这种类型。

1.3.3 Ⅳ型和Ⅶ型弯张换能器的特点比较

Ⅳ型和Ⅶ型弯张换能器是实际中最常用的两种换能器，一个为凸形，一个为凹形。这决定了它们的工作特点有较大的不同。

Ⅳ型换能器是完全凸形的椭圆壳体，而Ⅶ型则大部分是凹面形的。虽然两者在壳体曲线上看仅有些微小的不同，但在换能器的性能和刚度方面却有很大的不同：

第一，Ⅳ型的有效耦合系数要大于Ⅶ型的。

第二，Ⅳ型换能器置于深水中，随着静水压的增大，将会减小原先通过壳体加于驱动元件上的预应力。而Ⅶ型则是随着静水压的增大，加在驱动元件上的预应力也随之而增大。这就意味着对Ⅳ型来说，倘若要使其在很深的水中工作，装配时必须在驱动元件堆上加很大的预应力，甚至会产生变形。如果驱动元件是 PZT-8 压电陶瓷，连续作用的高压应力将会造成退极化而失去效用，因而不利于保存。相反，Ⅶ型只要加中等预应力于驱动元件上，就能工作于大深度，而且在存储期间也不会产生性能上的退化。在深水处水的空化阈值大，故Ⅶ型弯张换能器能产生高声源级。

第三，Ⅶ型换能器能工作在“呼吸模式上”，即其长轴平面（凹面）和短轴平面都能同向地工作，同时伸张或同时收缩。因而，在长轴平面附近的水域中产生的辐射声压将与短轴平面附近的水域中产生的辐射声压同相位，因此声压相消将减小到最小程度，换能器的工作效率增大。而Ⅳ型换能器的长轴方向和短轴方向的相位相反，工作效率减小。

§1.4 发展中的换能器设计方法

传统的 Tonpilz 换能器的主要设计理论基础是建立在有源元件和各振动组件的机电等效电路图上，而机电等效电路图则是在假定满足一维纵向振动模型的基础上通过求解微分方程，与电路理论相类比列出频率方程求解而得到的，这样做显得较为繁琐。随着计算机技术的发展，对单纯的振动系统出现了四端网络设计法，简化了设计[26~29]。由于弯张换能器的振动是由有源元件的纵振动和壳体弯曲振动相组合而成的，所以，对单纯振动系统设计的方法将不再适合于弯张换能器的设计。

近些年来，大量的专利及不同类型的产品表明[30~33]，弯张换能器已经在许多方面，例如在壳体几何形状、壳体材料、深水压力平衡结构（空气背衬、耐高静水压硬质泡沫材料和壳内橡胶水袋）、聚氨酯无硫透声橡胶浇注及耦联工艺、复合体预应力技术、声学器件黏接技术、理论设计方法、驱动元件材料等，都有不同程度的革新。弯张换能器的理论和设计就是其中一个很重要的方面。

弯张换能器的设计方法有：经典的解析解法、波动力学法、等效电路法、有限差分法、有限元法和边界元方法。

1.4.1 解析解法

弯张换能器的理论和设计是一个比较复杂的问题。从结构动力学和弹性力学的角度来看，壳体的振动是一个经典的问题。J. N. Boone 和 L. H. Royster 最早从寻得解析解的角度出发，将弯张换能器的拱形壳体离散成一组变截面曲梁，并把原来的连续体的振动问题转换成许多个不等质量的多自由度振动问题，利用这个离散系统求问题的近似解，这种方法对结构模型和力学模型都作了简化[34,35]。J. R. Rutledge 等和 R. A. Nelson 等以类似的方法对Ⅳ型和Ⅴ型弯张换能器作了研究[36,37]。

1.4.2 波动力学法和等效电路法

波动力学法源于 Brigham[38]，Brigham 用凸型环的差分方程来描述辐射壳体，用纵波理论来描述压电堆，用椭圆辐射函数来确定声场，计算Ⅳ型弯张换能器的电

声特性。

等效电路法是换能器设计的一种经典方法，针对Ⅳ型弯张换能器 Debus 提出一种很好的方法叫做 piece-part 等效电路法[39]。压电陶瓷振子被描述为机电两部分电路，在电端有一个静态电容，在机械端有等效电感和等效电容，机电两部分之间有一个转换系数，而辐射壳体被描述为一个负载，将此负载加到振子的电端就是整个弯张换能器的等效电路图，其中负载是壳体的第一阶弯曲模态。但这种方法在计算壳体频率和描述的振动模态并不标准，Debus 提出Ⅳ型弯张换能器在工作时并不只是第一阶弯曲模态有贡献，而是各阶振动模态共同作用的结果。因此，负载应等效于多阶振动模态并联的形式，但是实际上只要把第二阶弯曲模态也考虑上就可以满足计算精度了。

经典的等效电路法和寻求解析解的方法来设计和分析换能器系统时，有较大的局限性。它们都要将被分析对象，建立并简化成一定的数学模型，如等效电路法处理的对象是集中参数系统，因而它只能得出换能器处于谐振状态时(这时可简化为集中的参数系统)的一些参数；又因为得出的性能参数都是以解析式的形式表达出来，所以要确切地知道换能器系统内部的位移分布、应力分布等量，以及与此有关的换能器的空间声压分布、指向性等都要经过很繁琐的运算才能得到。波动力学法、寻求解析解的方法和等效电路法在设计弯张换能器的时候计算非常复杂，也且无法进行结构的优化，而应用有限元软件来设计，过程就非常简单，而且可以随意调整换能器的结构。

1.4.3 有限元法

20 世纪 70 年代初期，从摇篮时期逐渐发展起来并日趋成熟的有限元法(finite element analiysis，FEA)首次被应用于压电体的振动分析中[40]，这是声学换能器设计上的一大进步。接下来，国际国内许多研究者在这方面做了大量的工作，都与实验结果吻合得较好。

有限元法(finite element method，FEM)属于力学分析中的数值法，起源于航空工程中的矩阵分析。它是把一个连续的介质(或构件)看成是由有限数目的单元组成的集合体。在各单元内假定具有一定的理想化的位移和应力分布模式，各单元间通过节点相连接，以实现应力的传递，各单元之间的交接面要求位移协调。通过力的平衡条件，建立一套线性方程组，求解这些方程组，便可得到各单元和结点的位移、应力。

有限元法是目前工程实践中大量采用的一种数值计算方法。由于有限元法具有方法统一，易于掌握，能够适应边界形状不规则、材料非均匀、各向异性等复杂情况，所以它得到了迅速的发展和推广。随着二维、三维弹性体动力分析的发展，声学结构振动分析乃至压电弹性体动力分析也逐渐运用了有限元法。它能解决换能

器设计中的很多问题，包括结构应力分析、振动特性模拟、发射及接收声能转换问题和远场辐射问题等。对于压电弹性体，在忽略机电损耗和电磁辐射的情况下，有限元法理论已经逐渐完善。有限元法是以变分原理或加权残数法和剖分原理为基础的。对于线性压电弹性体振动问题的求解，采用哈密顿变分原理。剖分差值是把用于结构振动分析的整个连续体想象剖分成有限个单元，这些单元在其边界面（或边界线）处彼此连接，以单元边界（或边界内）的结点处的参数为未知量，构造未知量节点值和单元内任意点值关系的插值函数，从而建立近似满足整个连续体的线性代数方程组。它的系数矩阵总是对称的，对于正定的变分问题，有限元离散化后保持了正定性，而且有限元法的系数矩阵是稀疏的。全部过程编成程序，由计算机完成求解。

虽然有限元法是将所考察的连续场分割为有限个单元，然后用比较简单的函数来表示每个单元的解，但是它并不要求每个单元的试探解都满足边界条件。因为边界条件不进入单个有限元的有关特性的关系式中，所以对内部的和边界上的单元能够采用同样的函数。边界条件只需在集合体的方程中引入，其过程并不复杂，因为在变分法中自然边界条件隐含地得到满足，只需考虑强迫边界条件。

任何维数的连续问题，其场变量本来应该具有无限多个值，因为它是解域内每一点的函数，所以这是一个具有无限个未知数的问题。但有限元法将解域分割为有限个单元，并在每个单元内采用假设的函数来表示未知场变量。这样，有限元的离散工作就把问题简化成为有限个未知量的问题了。假设的函数称为场变量模型（试探函数），场变量的结点值和单元的场变量模型完全确定了单元内场变量的性质。用有限元描述一个问题，场变量的结点值就成为新的未知量，一旦求出这些未知量后，场变量模型就确定了整个单元以至集合体的场变量。显然，解的正确性和近似程度不仅与单元的大小、数目有关，而且与所选择场变量模型有关。场变量模型的选择需要经验和判断。

用有限元法来设计和分析还有独特的好处，对任何结构形状的换能器都不需要作简化假设。有限元法将所考虑的结构空间划分为有限个单元，并按某种原则确定物理量在单元上的分布，最终得到以数值形式表示的物理量在所考虑空间上的分布，它很自然地考虑了各单元之间的耦合。单元划分得越细小，分析得就越精确。对换能器设计者来说，用 FEA 法可研究换能器的谐振模态、振速分布、静态动态应力、声输出特性、空间声压分布及指向性等量。

有限元法和有限差分法相比较起来，后者需要求解差分方程，过程相对复杂，且通常采用矩形网格进行计算会带来较大的误差，尤其对具有复杂边界形状的物体。

国际上早在 20 世纪 50 年代末 60 年代初就投入大量的人力和物力开发具有强大功能的有限元分析程序。其中最为著名的是由美国国家宇航局（NASA）在

1965年委托美国计算科学公司和贝尔航空系统公司开发的NASTRAN有限元分析系统。该系统发展至今已有几十个版本，是目前世界上规模最大、功能最强的有限元分析系统。从那时到现在，世界各地的研究机构和大学也发展了一批规模较小但使用灵活、价格较低的专用或通用有限元分析软件，主要有德国的ASKA，英国的PAFEC，法国的SYSTUS，美国的ALGOR、ABQUS、ADINA、ANSYS、BERSAFE、BOSOR、COSMOS、ELAS、MARC、STARDYNE以及比利时的振动声分析软件SYSNOISE等公司的产品。

有限元方法和软件从单纯的计算结构力学发展到计算许多物理场问题，如近年来已发展到流体力学、温度场、电传导、磁场、渗流和声场等问题的求解计算，以及几个交叉学科的求解问题，由求解线性工程问题进展到分析非线性问题。这是当今国际上FEA方法和软件发展的最大趋势特征。

1.4.4 边界元法

把边界值问题的解用积分形式来表示的想法产生于一百多年前，如Helmholtz、Kirchhoff、Rayleigh、Fredholm等人，但积分方程用于数值计算则是20世纪60年代开始的，这与计算机的迅速发展和广泛使用密切相关，也与近代数学理论密切相关。这些工作能够克服由于积分方程的奇异性所造成的分析和数值上的困难。目前，对复杂结构体的振动与声辐射的理论研究工作，主要也是通过计算机作数值计算来完成的。

边界元方法是在有限元方法的基础上结合了经典的积分方程发展起来的，因而许多概念、方法、技巧等都是从有限元方法中移植过来的，它实际上是一种定义在边界上的有限单元。这种方法把所研究问题的微分方程变成边界积分方程，然后将区域的边界划分为有限个单元，即把边界积分方程离散化，得到只含有边界上的结点未知量的方程组，然后进行数值求解。

有限元方法出发点是把原来的分布参数系统问题化为集中参数系统问题来求解。这些方法的基本思想是用完全(或局部)满足定义域上边界条件的函数去逼近问题的控制微分方程。边界元法却是把定义域上的边界划分成一系列的单元，用满足控制方程的函数去逼近边界条件。在单元上所考虑的函数可以按不同的形式变化，这一点与有限元大致相同。

边界元可分为两种基本类型，即间接法和直接法。间接法是从一个基本解入手，该解在定义域内满足控制方程，但却含有某些未知数，这些未知数则通过在许多点(或子域)上施行边界条件来确定。间接边界元法是用物理意义不一定很明确的变量来表示最终的公式。这种方法曾用于求解由拉普拉斯方程或亥姆霍兹方程所控制的弹性力学问题或其他势问题。直接边界元法是最近才提出来的，以格林恒等式为出发点，变量具有明确的物理意义，现已应用于工程科学中。

由于边界元法将区域上的控制方程转化为沿区域边界的积分方程，所以它只需定义边界上的单元再结合边界条件求解。这样一来就使处理问题的维数降低一维。又由于它只将边界离散求解，求解一个问题所建立的方程组阶数低，数据大为减少，因而对计算机的内存要求也降低。但是，边界元所建立的方程组的系数矩阵是稠密的，一般也是非对称的，矩阵元素分量的计算量很大，这就抵消了降低之后矩阵消元所省出的一部分时间。此外，边界元法在处理非均一、非同质的问题相当困难。

实践证明，边界元法是计算精度较高的一种数值方法。

1.4.5 有限元和边界元法对比

有限元与边界元法都是离散化的数值解法，各有自己的优缺点和局限性。

有限元和边界元都要以一个试探解函数来实现对求解区域的离散，这两种方法在选择这些函数时采用了不同的准则。试探解函数的性质不同则求解区域的离散方法也不同。对于一个给定的偏微分方程边值问题，实际上难以找到一个同时精确满足控制微分方程和边界条件的解函数。有限元法采用的试探解函数满足边界问题的主要边界条件，而在域内和边界上不满足控制微分方程，然后在整个求解区域上采用变分原理来寻求控制微分方程的近似满足。边界元法需要试探解函数满足控制微分方程而不必满足边界条件，然后通过伽辽金法、配置法或最小二乘法把问题定义在求解区域的边界上，在某种平均的意义上来寻求边界条件的近似满足。

用边界元法求解边值问题需要找到控制微分方程的一个基本解或控制微分方程在求解区域上的格林函数。这对于某些问题是十分困难的。为了保证边界元法求解的控制微分方程为常系数偏微分方程，一般还要要求求解区域是均匀媒质的。因此，边界元法比较难于求解控制微分方程为非线性的问题和含有非均匀媒质的问题，而有限元法仍适用于某些复杂的非线性方程和含有非均匀媒质的问题。

有限元法难于处理的一类问题是域内具有应力奇异的问题。在固体力学问题中，这类应力奇异通常发生在不规则的凹角或孔洞附近。由于应力奇异可能引起断裂扩展，因此在奇异点附近能否得到一个较为精确的解答有时显得十分重要。但奇异点处，理论上应力为无限大，用有限元法可能产生毫无意义的结果。类似的情况也可能发生在集中载荷处，如势论问题中有点源存在处。在此情况下，不论单元划分得多么细小，用有限元法得到的结果通常不可能反映出它们在奇异点附近的迅速变化。而用边界元法就容易处理这类问题。

除了对于狭长形状的解域外，边界元法的求解精度一般高于有限元法。由于边界元法离散处理仅涉及边界，整个域内不再出现待求参数，因此，其待求参数数目可能比有限元法所用少很多，使方程规模缩小，故边界元法可用较少数量的未知

数分析同样的问题。因此节省计算机内存、减少运算时间。边界元法在得出边界近似解后，虽然得不到解析显式，但可以逐点计算域内点的近似解，而有限元法则必须同时对所有域内结点联立求解。因此，当只需对个别点求解时，边界元法较为简便。

边界元法中的每一待求参数影响每个边界结点，因此不可避免地最终得到的系数矩阵是一个满阵，而且往往是不对称的，这对方程组求解不利。有限元法由于采用分片多项式基函数，它所得到的系数矩阵是带状的、对称的，具有良好的数学形态。

第 2 章　稀土超磁致伸缩棒的工作特性

从第 1 章相关的论述可知，稀土超磁致伸缩换能器的工作原理不同于压电换能器，而产生磁致伸缩振动的有源元件——稀土超磁致伸缩棒的物理特性又和传统的磁致伸缩材料不同。为了使设计的换能器具有高的发射声源级和电声转换效率，必须对该有源元件的特性有深刻的了解，比如它的工作特性；它的存储电磁能量的电磁系统的磁路构成；影响磁路的因数及程度；减小材料本身的涡流损耗、漏磁损耗、磁致损耗的技术方法和给有源材料加合适的偏磁场和预应力以使该材料处于合适的工作状态等。

另外，在这以前，虽然已有人用该材料设计过纵向复合式 Tonpilz 换能器，但都是用传统的磁致伸缩材料的等效电路来直接比拟该材料的等效电路，并未考虑组成外部磁路材料对其等效电路的精确影响，这在本章中也作了探讨。

§2.1　稀土超磁致伸缩棒的特性

由于稀土超磁致伸缩棒与常规的磁致伸缩材料有很大的不同，所以除了遵循一般的机电相容方程之外，必须考虑材料自身的特点给换能器设计带来的特殊问题，如该材料自身有很高的能量密度，如果在确定换能器工作状态时，预应力和偏磁场选择得不恰当，就发挥不出它的潜在优势。当然，磁路和结构设计不合理，也会导致换能器的效率偏低。本节着重介绍与设计有关的稀土超磁致伸缩特性。

本书中使用的是北京科技大学新金属材料国家重点实验室研制的稀土棒材。

2.1.1　不同压力下稀土棒的磁致伸缩特性

前面提到传统的磁致伸缩材料，其磁致伸缩系数一般在小于 60ppm 范围内变动，压电材料则可达到 400ppm。这里使用的稀土材料，在施加一定的预压应力后可高达 1500ppm，甚至更高一些。图 2.1 是 ABB 公司测量的成分为 $Tb_{0.27}Dy_{0.73}Fe_{1.90}$ 的 Terfenol-D 棒在不同预压力下，偏磁场与棒的磁致伸缩系数之间的关系曲线图。

本书中使用的材料也具有这样的特性，如图 2.2 所示。

由图 2.2 可以看出：偏磁场一定时，施于棒两端的压力越大，磁致伸缩系数越小；压力一定时，为得到较大的磁致伸缩系数，需要加较大的偏磁场。稀土超磁致棒的这个特性，有助于换能器在深水状态工作时，通过加较高的偏磁场时，能得到

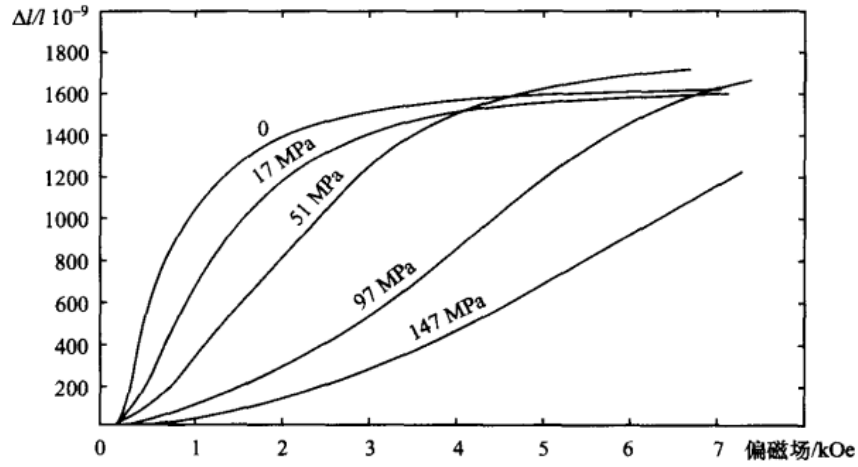
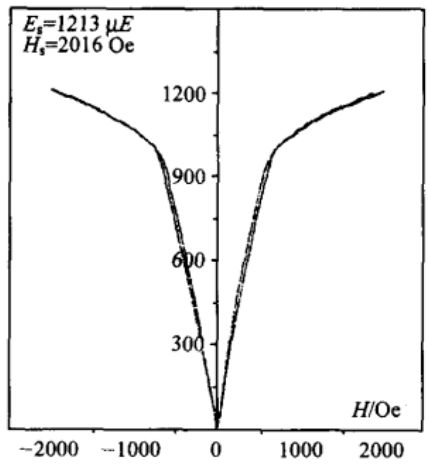
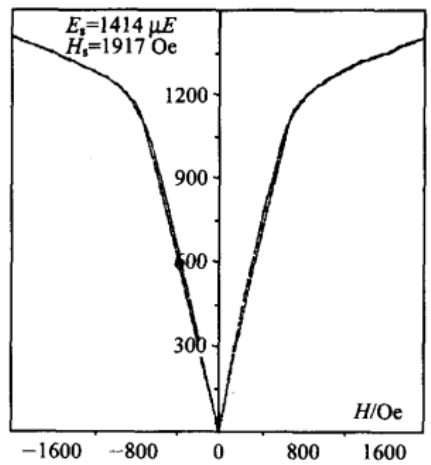


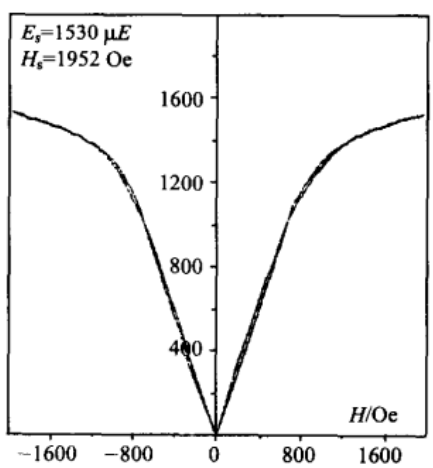
图 2.1　不同压力下，ABB 公司制造的稀土棒的性能曲线



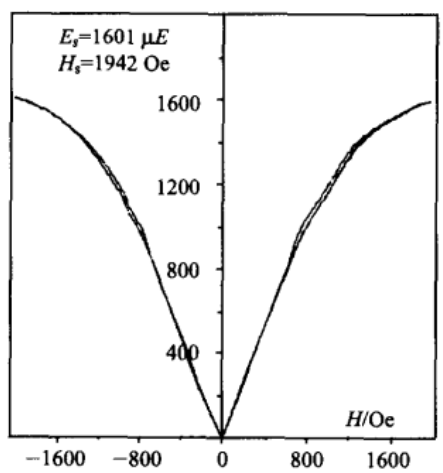
(a) 两端施加压力为5MPa时



(b) 两端施加压力为10MPa时



(c) 两端施加压力为15MPa时



(d) 两端施加压力为20MPa时

图 2.2　不同压力下，偏磁场与磁致伸缩系数的关系曲线

较高的声源级。还可以看出，一定压力下，每一曲线图对应有一线性区域。如果选择所加的偏磁场在这区域的中间部位，只要变化的驱动磁场（由驱动电流产生）的幅度限制在一定的范围内，就可以保证换能器工作在这线性区域。

2.1.2 不同压力下的 d_{33} 与偏磁场之间的关系

d_{33} 是表征材料处于机械自由状态下，产生的应变相对于偏磁场变化大小的一个物理量，定义式为：$d_{33}=(\partial S_3/\partial H_3)_T$，其值也等于 $(\partial B_3/\partial T_3)_H$。$S_3$ 为应变，H_3 是磁场强度，B_3 是磁感应强度，T_3 为应力。这里角标 3 表示沿棒轴方向，角标 T 和 H 代表应力和磁场强度保持不变。本书中使用的稀土棒，在一定压力下，d_{33} 与偏磁场 H 之间的关系曲线如图 2.3 所示。

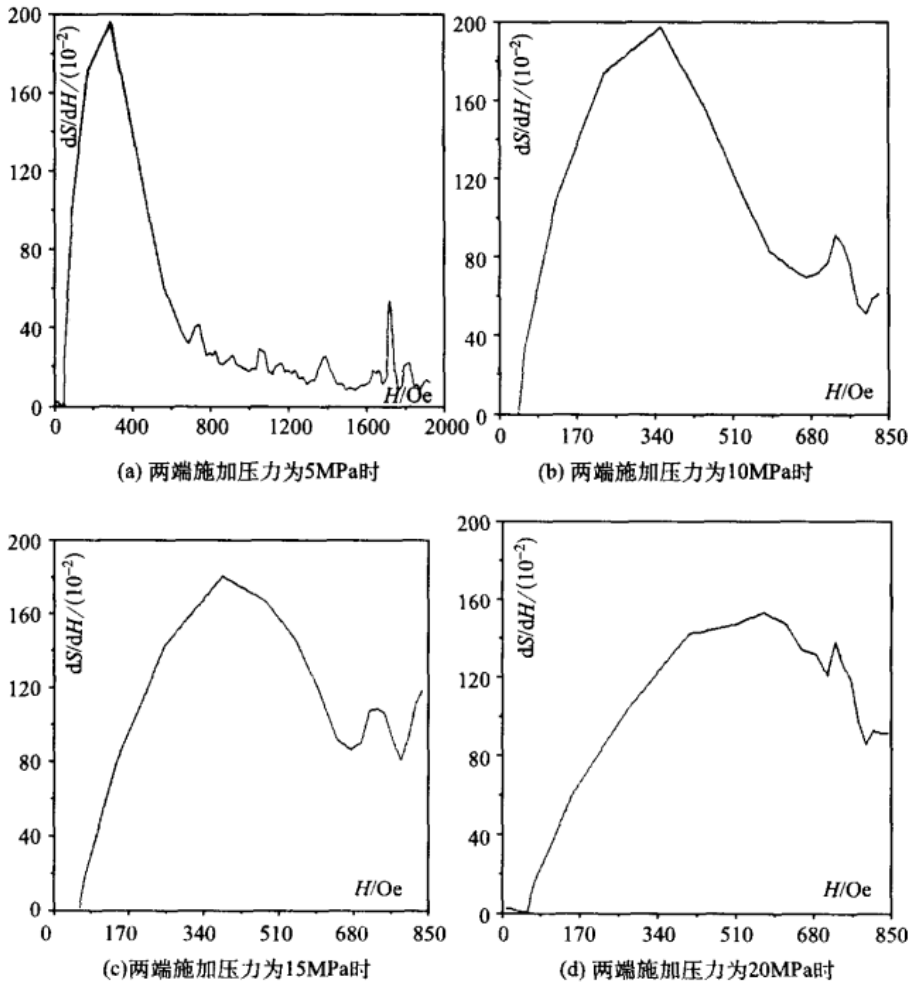


图 2.3 不同压力下，d_{33} 与偏磁场之间的关系曲线

不同压力下，d_{33} 与偏磁场 H 之间的关系曲线不同[41]，但每一曲线对应有一最大值，也可以理解为，在这个位置上，磁致伸缩效应最为明显。因而，把此压力条件下的工作偏磁场选在这里，d_{33} 最大，效果将是最好。

考虑工作的线性区域及 d_{33} 值，选择压力为 12MPa，偏磁场为 300Oe 作为稀土超磁致伸缩棒的静态工作状态。

2.1.3　材料的杨氏模量

磁致伸缩可以看成是材料的磁-弹耦合强度。当加一偏磁场时，材料中的磁畴会趋于沿磁场方向排列。磁-弹耦合的结果，使得材料在磁化方向有一弹性长度的变化。饱和状态时，整个材料就像一个大磁畴。

正磁致伸缩时，材料在易磁化方向长度增加，而在垂直于易磁化方向上长度缩短，从而保持其体积不变。负磁致伸缩时，沿易磁化方向长度缩短，在垂直于易磁化方向上长度增加。

就像由于磁致伸缩效应导致样品形状的宏观变化一样，材料应力状态的变化也会影响到磁化强度的变化。所以，稀土超磁致伸缩材料既可作声发射器，也可作声接收器。

材料弹性和磁性的强烈耦合，使其杨氏模量也会发生变化。一般来说，一定压力下，随着偏磁场的增加，杨氏模量也会增大，因之声速也将增大。当材料达到饱和状态时，杨氏模量和声速趋于一稳定值。

2.1.4　材料的其他参数

不仅压力和偏磁场影响稀土超磁致伸缩材料的特性，温度也会影响其特性[3]。一般要求材料工作在居里温度点以下，本书中所使用的材料居里温度为 380℃左右。

材料的磁导率 μ（这里指材料的相对磁导率）随压力和偏磁场的增加，呈缓慢下降的趋势。如压力为零、偏磁场为 250Oe 时，μ 为 20.9；压力为 15MPa、偏磁场为 500Oe 时，μ 为 13.2；压力为 20MPa、偏磁场为 1000Oe 时，μ 为 8.3。

材料的磁滞回线如图 2.4 所示。由图知，该材料的矫顽力较小，磁滞回线狭长，因而磁滞损耗是较小的。

稀土超磁致伸缩材料作为大功率换能器具有潜在的优越性，因而低频信号的线性特性是很重要的。最重要的参数是棒材料的磁机耦合系数 k_{33}，其值为 $k_{33}=d_{33}/(s_{33}^{H}\mu_{33}^{T})^{\frac{1}{2}}$，$s_{33}^{H}$ 为开路弹性柔顺系数，μ_{33}^{T} 为恒应力时的磁导率。北京科技大学所提供的材料的 $k_{33}=0.72$。

虽然该材料较脆，不能承受太大的抗张强度，但它的压缩强度却能达到 700MPa，故在换能器装配时，所加的预应力不应超过其压缩强度。

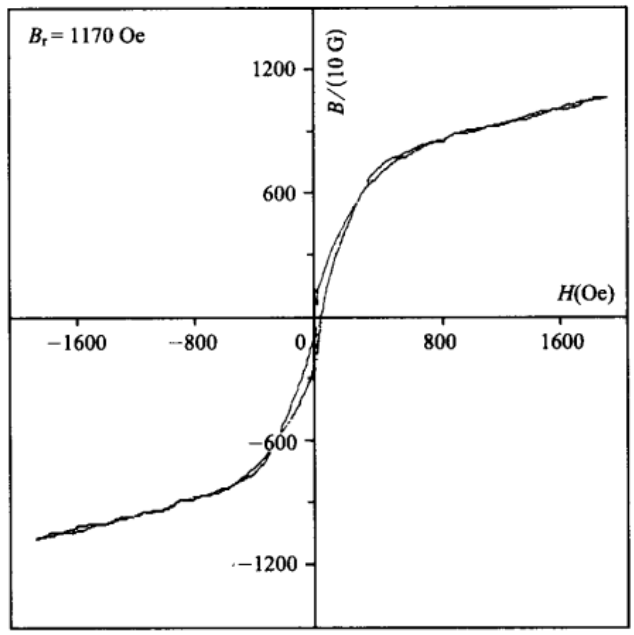


图 2.4 稀土超磁致伸缩材料的磁滞回线

另外，A. E. Clark 的实验表明[4]：在高偏磁场、高预应力时，Terfenol 棒的 d_{33}、μ_{33}^{T}将趋近于常数，而变得不再依赖于偏磁条件。

§2.2 稀土超磁致伸缩棒的高效应用方法

稀土超磁致伸缩材料既导电又导磁，实际工作中，Terfenol 棒的工作尺寸往往大于其极限工作频率所允许的尺寸。在这种状态下，将会因涡流致热而降低驱动效率。所以，在具体设计时，不得不考虑它的极限工作频率——即趋肤深度与其最大的线度（指棒的径向方向）相等时所对应的交变电场的频率[42]，以减小涡流损耗。有涡流损耗时，非磁性物质对应的极限工作频率的计算公式是

$$f = \frac{1}{\pi \delta_s \mu_{33}^{s} \sigma} \tag{2.1}$$

式中 δ_s 为趋肤深度；μ_{33}^{s}为材料恒应变磁导率。其中，$\mu_{33}^{s} = \mu\mu_0$；μ 为恒应变时的相对磁导率；μ_0 为真空磁导率；σ 为电导率。

对某一半径为 δ_s 的 Terfenol 棒，由该式可求得其极限工作频率。

为提高极限工作频率，可将材料沿平行于棒轴方向进行分片切割，再用绝缘胶将片与片黏结起来。经这样处理的 Terfenol 棒，极限工作频率可达十几甚至几十 kHz[43]。我国在稀土超磁致伸缩材料方面的研究刚起步，实验室研制出来的材料

都呈棒状形式(目前已生产有片状黏结材料,但价格贵),且这种材料的售价要比压电陶瓷贵 100 倍。如果分片切割,一则因有较多的切缝,将浪费部分原材料;二则黏结后,又要再加工磨成棒状,还得损耗部分原材料;三则这样进行加工的费用大,而且在切割过程中,因材料硬且脆,有破碎的危险。文献[44]中提出了一种切割的办法,如图 2.5 所示。半径为 R 的 Terfenol 棒,中间留有半径为 r 的一实心体,余下部分沿径向均匀分切 n 道缝,并将绝缘胶加压灌注入这些切缝中。这样既有效地避免了涡流损耗,又最大程度地节省了材料和费用,是一种既有效又经济的办法。那么,怎样计算开缝切割后棒的极限工作频率呢? 文献[44]采用电磁有限元软件 Maxwell 来进行估算。本书认为这样计算的量太大,又不方便。这里提出一种简便计算方法,并用一实际算例验证。

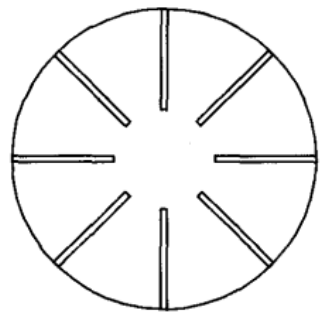


图 2.5　沿径向均匀切割 n 等份的 Terfenol 棒

2.2.1　计算方法

处于工作状态的 Terfenol 棒,一般是在其轴向方向有外加偏磁场,这就决定了涡流轨迹将是以轴向为圆心的同心涡流圆。设以上述方法将 Terfenol 棒开缝切割成 n 等份,取其中一份来分析,如图 2.6 所示。

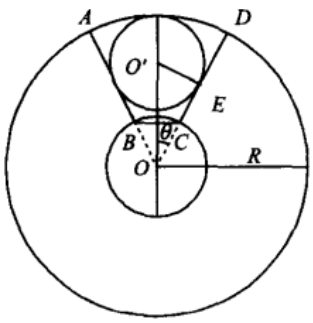


图 2.6　计算切割后 Terfenol 棒的极限工作频率

图中,AB,CD 为相邻两切缝,现考虑中间余留的以 O 为圆心半径为 r 实心圆柱体部分和由相邻两切缝所夹的 AB、$\overset{\frown}{BC}$、CD、$\overset{\frown}{DA}$ 围成的曲面部分。以前者及在后者中的内接圆(以 O' 为圆心,$O'E=R'$ 为半径)这两个圆中直径最大者作为 δ_s 来计算棒开缝切割后所对应的极限工作频率 f。

设 Terfenol 棒本身的半径为 R,曲面 $ABCD$ 的半径为 R',因是均匀开缝切割,故 $\theta=\dfrac{360^\circ}{2n}$。在直角三角形 $OO'E$ 中

$$\sin\theta=\frac{O'E}{O'O}=\frac{R'}{R-R'}。\tag{2.2}$$

由此,可算出 R'。

若 $R'>r$,则令 $\delta_s=R'$;若 $R'<r$,则令 $\delta_s=r$,代入(2.1)式中,可求得切割后材料所对应的极限频率 f。用上述方法,亦可计算出满足一定的工作频率时,棒所应开缝切割的最小数目 n。

2.2.2 算例

这里列举文献[44]中的例子如图 2.6 所示。

Terfenol 棒直径 $\phi=25.4\text{mm}$，要求工作频率为 1300Hz，切缝长 $AB=9.5\text{mm}$，$r=3.2\text{mm}$，切缝宽 0.25mm（实际计算时，其宽度很小，可忽略）。材料的磁导率 $\mu=4.5$，电导率 $\sigma=1.7\times10^6(\Omega\cdot\text{m})^{-1}$。

(1) 如果沿径向开缝均匀切割成 8 等份，则 $\theta=\dfrac{360^\circ}{2n}$，由(2.2)式求得 $R'=3.52\text{mm}$。因为 $R'>r$，令 $\delta_s=R'$，求得 $f=\dfrac{1}{\pi\delta_s^2\mu\mu_0\sigma}=2.675\text{kHz}$。

(2) 如果沿径向开缝均匀切割成 6 等份，则 $\theta=30^\circ$，$\Rightarrow R'=4.23\text{mm}$，令 $\delta_s=R'$，$\Rightarrow f\approx1.85\text{kHz}$.

(3) 如果沿径向开缝均匀割成 4 等份，$\theta=45^\circ$，$\Rightarrow R'=5.26\text{mm}$，令 $\delta_s=R'$，$\Rightarrow f\approx1.198\text{kHz}$.

文献[44]中最后以内径为 27mm，外径为 38mm，长为 5mm 的小螺线管（以 2AWG 的铜线绕制而成），置于该 Terfenol 棒的中部，在偏磁场为零时，测得其电感值与开缝切割数目之间关系的曲线，如图 2.7 所示。图中，横坐标表示棒开缝切割的数目，纵坐标表示螺线管测得的电感值。由该图可看出：频率为 1kHz 时，切割成 4 等份以上，则电感值不再随等分数的增多而变化；而切割成 4 等份以下时，所测得的电感值随着切割数目的增大而增加。这与上面的计算完全相符。在满足工作谐振频率 1.3kHz 的前提下，切割成 6 等份即可。图中对频率 10kHz 测量的曲线表明切割成 8 等份是不够的，而频率为 100Hz 时的呈下降形状的曲线则表示了切割后的 Terfenol 棒的损耗情况。

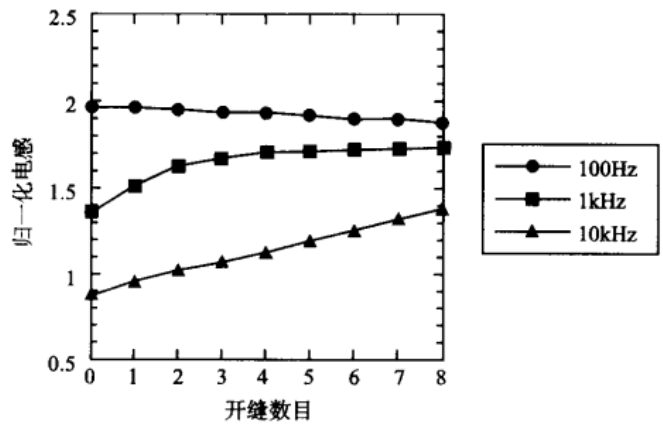


图 2.7 归一化后的电感测量值与棒开缝切割数目的关系

§2.3　稀土超磁致伸缩棒的等效电路

以前，换能器工作所用的磁致伸缩材料多为金属镍、镍钴合金等金属类材料或是镍铜钴等铁氧体类材料，换能器的形式一般为变压器型或是叠片圆柱型[45]。也就是说，这些形式的换能器本身就构成了一磁路闭合回路。由于稀土超磁致伸缩材料较脆，不易制成叠片状，所以多是以棒状形式出现。又因为它的磁导率较低，所以用它来制作换能器，必须选好与 Terfenol 棒一道构成磁路的材料。因而，Terfenol 棒磁致伸缩等效电路还与外部材料有关。此前，虽然已有人用该材料设计过纵向复合式 Tonpilz 换能器，但都是用传统的磁致伸缩材料的等效电路来直接比拟该材料的等效电路[46]，并未考虑组成外部磁路材料对其等效电路的精确影响。本节对这个问题作了深入地探讨。

2.3.1　Terfenol 棒的等效电路

考虑将一 Terfenol 棒置于偏磁场中，驱动源由交变信号 E 施加，如图 2.8 所示。棒的长度为 l，截面积为 S。

设棒上线圈匝数为 N，激励频率为 ω，则有

$$E = \mathrm{j}\omega N B_3 S \tag{2.3}$$

式中角标 3 表示沿着棒长度(坐标轴 z)方向。

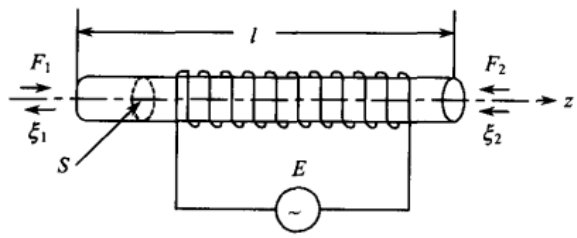


图 2.8　Terfenol 棒处在偏磁场中，交变信号 E 为驱动源

选用恒 B、恒 T 下的压磁方程

$$\begin{cases} S_3 = S_{33}^{B} T_3 + g_{33} B_3 \\ H_3 = -g_{33} T_3 + \dfrac{1}{\mu_{33}^{T}} B_3 \end{cases} \tag{2.4}$$

取棒中长度为 dz 一微元，应满足弹性力学运动方程

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\partial T_3}{\partial z} \tag{2.5}$$

由(2.3)式、(2.4)式得

$$T_3 = \frac{S_3}{S_{33}^B} - \frac{g_{33}E}{j\omega NSS_{33}^B} \tag{2.6}$$

将(2.6)式代入(2.5)式中，又因 $S_3=\frac{\partial \xi}{\partial z}$，得

$$\frac{1}{S_{33}^B}\frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

令 $C=\frac{1}{\sqrt{\rho S_{33}^B}}$，上式变为

$$C^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \tag{2.7}$$

式中 C 为棒中纵波传播速度。

解以上方程，得

$$\xi = A\sin(kz) + B\cos(kz) \tag{2.8}$$

式中 $k=\omega/C$。由速度边界条件

$$z=0 \text{ 端：} \quad \dot{\xi}_{z=0} = j\omega\xi_{z=0} = \dot{\xi}_1 \quad \text{得 } B = \frac{\dot{\xi}_1}{j\omega}$$

$$z=l \text{ 端：} \quad \dot{\xi}_{z=1} = j\omega\xi_{z=1} = \dot{\xi}_2 \quad \text{得 } A = \frac{\dot{\xi}_2 - \dot{\xi}_1\cos(kl)}{j\omega\sin(kl)}$$

则(2.8)式又可写为

$$\xi = \frac{\dot{\xi}_1}{j\omega}\cos(kz) - \frac{\dot{\xi}_1\cos(kl) - \dot{\xi}_2}{j\omega\sin(kl)}\sin(kz) \tag{2.9}$$

力学边界条件为

$$\begin{aligned} &z=0 \text{ 端：} && F = F_1 = -ST_{3_{z=0}} \\ &z=l \text{ 端：} && F = F_2 = -ST_{3_{z=l}} \end{aligned} \tag{2.10}$$

将(2.6)式、(2.9)式代入(2.10)式，得

$$\begin{cases} F_1 = \dfrac{z_0}{j\tan(kl)}\dot{\xi}_1 - \dfrac{z_0}{j\sin(kl)}\dot{\xi}_2 + \dfrac{g_{33}E}{j\omega NS_{33}^B} \\ F_2 = \dfrac{z_0}{j\sin(kl)}\dot{\xi}_1 - \dfrac{z_0}{j\tan(kl)}\dot{\xi}_2 + \dfrac{g_{33}E}{j\omega NS_{33}^B} \end{cases} \tag{2.11}$$

式中 $z_0=\rho cS$。

由磁路定理，取一通过棒长的闭合回路，并设棒外部积分段所在的材料磁阻为 R_e，则有

$$\oint H\mathrm{d}l = NI$$

展开上式得

$$\int_0^l H_3 \mathrm{d}z + SB_3 R_e = NI \tag{2.12}$$

由(2.4)式,有

$$\int_0^l H_3 \mathrm{d}z = -\int_0^l g_{33} T_3 \mathrm{d}z + \frac{1}{\mu_{33}^T} \cdot \frac{E}{\mathrm{j}\omega NS}$$

由(2.6)式,有

$$\int_0^l g_{33} T_3 \mathrm{d}z = -\frac{g_{33}}{\mathrm{j}\omega S_{33}^B}(-\dot{\xi}_2 + \dot{\xi}_1) - \frac{E g_{33}^2 l}{\mathrm{j}\omega NSS_{33}^B}$$

将上两式代入(2.12)式中,得

$$I = \frac{g_{33}}{\mathrm{j}\omega NS_{33}^B}(\dot{\xi}_1 - \dot{\xi}_2) + E\frac{l}{\mathrm{j}\omega N^2 S}\left[\frac{g_{33}^2}{S_{33}^B} + \frac{1}{\mu_{33}^T} + \frac{SR_e}{l}\right] \tag{2.13}$$

综合以上(2.12)式、(2.13)式,导出的等效电路表达式为

$$\begin{cases} F_1 = \left[\mathrm{j}\tan\left(\dfrac{kl}{2}\right) + \dfrac{1}{\mathrm{j}\sin(kl)}\right]\dot{\xi}_1 z_0 - \dfrac{z_0 \dot{\xi}_2}{\mathrm{j}\sin(kl)} + \dfrac{g_{33}E}{\mathrm{j}\omega NS_{33}^B} \\ F_2 = \dfrac{z_0 \dot{\xi}_1}{\mathrm{j}\sin(kl)} - \left[\mathrm{j}\tan\left(\dfrac{kl}{2}\right) + \dfrac{1}{\mathrm{j}\sin(kl)}\right]\dot{\xi}_2 z_0 + \dfrac{g_{33}E}{\mathrm{j}\omega NS_{33}^B} \\ I = \dfrac{E}{X_L^E} - \dfrac{g_{33}}{\mathrm{j}\omega NS_{33}^B}(\dot{\xi}_2 - \dot{\xi}_1) \end{cases} \tag{2.14}$$

式中

$$\frac{1}{X_L^E} = \frac{l}{\mathrm{j}\omega N^2 S}\left[\frac{g_{33}^2}{S_{33}^B} + \frac{1}{\mu_{33}^T} + \frac{SR_e}{l}\right] \tag{2.15}$$

$$\frac{1}{X_L^E} = \frac{1}{z_C} + \frac{1}{z_e} \tag{2.16}$$

其中,$\dfrac{1}{z_C} = \dfrac{l}{\mathrm{j}\omega N^2 S}\left[\dfrac{g_{33}^2}{S_{33}^B} + \dfrac{1}{\mu_{33}^T}\right]$。

令 $l_0 = \dfrac{N^2 S}{l}\left[\dfrac{g_{33}^2}{S_{33}^B} + \dfrac{1}{\mu_{33}^T}\right]^{-1}$,它表示线圈不计涡流磁滞损耗时的电感量。倘若考虑涡流及磁滞损耗,根据文献[45],可将这时的电阻抗 z_C 表示为

$$\frac{1}{z_C} = \frac{1}{R_C} + \frac{1}{\mathrm{j}L_C\omega} \tag{2.17}$$

式中

$$R_C = \frac{Xl_0\omega}{\sin(\Phi_1 + \Phi_2)}, \qquad L_C = \frac{Xl_0}{\cos(\Phi_1 + \Phi_2)}$$

其中的 X 代表涡流的去磁系数,Φ_1 为稀土合金材料的动态磁滞损耗角,Φ_2 为涡流损耗角。R_C 和 L_C 分别代表材料的静态电阻和静态电感。

(2.16)式中的$\frac{1}{z_e}=\frac{R_e}{j\omega N^2}$，又令

$$l_e=\left(\frac{N^2}{R_e}\right) \tag{2.18}$$

将(2.17)式、(2.18)式代入(2.14)式中的第三个方程，得

$$I=E\left(\frac{1}{R_C}+\frac{1}{jL_C\omega}+\frac{1}{j\omega l_e}\right)-\frac{g_{33}}{j\omega NS_{33}^B}(\dot{\xi}_2-\dot{\xi}_1) \tag{2.19}$$

令 $\Phi=\frac{g_{33}}{j\omega NS_{33}^B}$，其为机电转换系数(或因子)。

由(2.14)式、(2.16)式、(2.17)式、(2.19)式，可画出 Terfenol 棒的磁致伸缩等效电路图，如图 2.9 示。

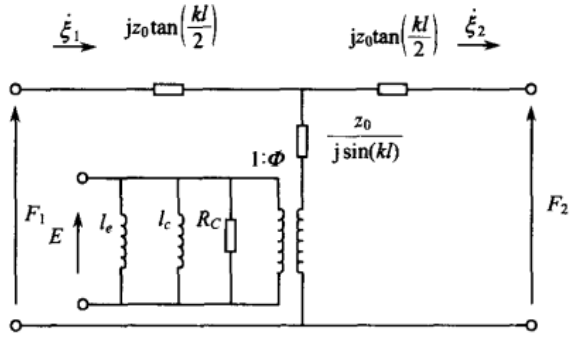


图 2.9 Terfenol 棒磁致伸缩等效电路

由等效电路图可看出，若将外部磁路材料看作纯磁阻的话，它在等效电路中的作用相当于在电端又并联了一个电感 l_e，其数值为

$$l_e=\frac{N^2}{R_e}=\frac{N^2\mu\mu_0 S}{l} \tag{2.20}$$

式中 $\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ H/m，为真空磁导率，μ 为外部磁路材料的磁导率，S、l 分别为该材料在闭合磁路中的横截面积和长度。

由(2.20)式可知，外部磁路材料的磁导率越高，l_e 越大。由于 l_e 与 l_c 并联，故 l_e 可忽略，反之亦然。另外，选择磁导率高的材料作为外部磁路部分，也利于减小漏磁损耗，提高工作效率。

从 Terfenol 棒的等效电路可看出，换能器将呈感性阻抗。为提高换能器的效率，必须要用容性元件将电端的感性成分匹配掉，以提高电端的功率因数。

2.3.2 算例

以文献[9]为例，文中选用磁导率为 μ 的钼铁合金与 Terfenol 棒一道构成闭

合磁路。由文中知：$N=540$ 匝，$S=878\text{mm}^2$，$l=26\text{mm}$。

$$l_e=\frac{N^2\mu\mu_0 S}{l}$$

$$=\frac{540^2\times 4\pi\times 10^{-7}\times 878\times 10^{-6}}{26\times 10^{-3}}\mu$$

$$\approx 123742404.8\mu\times 10^{-10}(\text{H})$$

取钼铁合金的 $\mu=10^6\,\text{H/m}$，则 $l_e\approx 12374.2\text{H}$。文中测得换能器的动态电感 $l_c=1.1\text{mH}$，可见 $l_e\gg l_c$，因两者并联，故 l_e 可略去不计。

可见，取高磁导率的材料来构成外部磁路部分，则它反映到电端的电感 l_e 可忽略。否则，因其数量级与 l_c 相当，应予以考虑[47]。

小结

稀土超磁致伸缩棒在不同的压力和不同的偏磁场下，对应有不同的磁致伸缩系数曲线。在不同的压力和不同的偏磁场下，材料的 d_{33}、磁导率、杨氏模量和磁导率都不一样，因而，材料的工作状态的选择至关重要。选择好静态压力和静态偏磁场，可使稀土超磁致伸缩棒工作在线形区域，这点很类似于晶体三极管的静态偏置工作点的选择。d_{33} 在不同的压力和不同的偏磁场下有一最大值，在这一点，磁致伸缩效应最为明显。选择工作状态时，同时还要注意有源材料的线性工作区域。

为减小涡流损耗，本章探讨了稀土超磁致伸缩棒在一定工作频率下，沿径向均匀开缝切割数目的计算公式，并以一实际算例作了验证。为探讨 Terfenol 棒工作时，与其一道组成的外部磁回路材料对其定量影响的程度，本章最后导出了稀土超磁致伸缩棒工作时的等效电路。当然，利用该电路还可进行换能器的设计，这从下一章就可看出。

第 3 章　Tonpilz 换能器的设计理论

Tonpilz 换能器(也称为复合棒形换能器)是诸水声换能器形式中很重要的一种。它的特点是:结构简单、容易加工,适合于构成大型换能器基阵的单元。当然,也可直接作为水下声源。

单个压电晶片及传统磁致伸缩形状材料的机电类比理论已由早期一些文献作了推导和阐述,多晶片级联理论则是由文献[46]通过传输矩阵法导出。此后,有关压电型和传统磁致伸缩型的 Tonpilz 换能器的理论不断完善[45,48]。随着计算机技术的发展,出现了将传输矩阵方法应用于复合棒型换能器的研究中,即将换能器的各无源组件分割成若干个近似的直圆锥段趋近(圆柱只是圆锥的一个特例)。这样,通过传输矩阵法,最终可等效为一个四端网络,整个过程用程序计算。文献[27]、[28]认为,每种换能器的无功组件都有其等效的四端网络,将这些四端网络各量编成子程序,在设计换能振动系统时,用传输矩阵法随时调用,既方便又精确。这里需要指出的是,以前的传输矩阵法都是应用于压电换能器的设计中。本章在 2.3 节导出稀土超磁致伸缩棒等效电路的基础上,应用此法设计磁致伸缩 Tonpilz 换能器,文献[49]也作了类似的研究。

作为与实际更接近的计算模型,本章考虑了预应力螺栓对换能器的影响。

§3.1　集中参数设计法

现利用 2.3 节中导出的稀土超磁致伸缩棒的等效电路,设计 Tonpilz 大功率换能器。

在以下的推导中认为,在所设计的谐振频率上,因为波长远大于换能器的直径,故平面纵波沿轴向传播,并不计及损耗。

研制的 Tonpilz 大功率换能器的外形如图 3.1 所示,为能均匀加预应力于 Terfenol 棒上,设计中采用了两根直径为 6mm 的螺栓。实际装配中,为了精确固定两根 Terfenol 棒的位置,在铁块两端事先打有配孔。Terfenol 棒工作所需的偏磁直流及励磁交变电流由外部通过线圈供给。

这里,取纯铁作为构成与稀土棒闭合的外部磁路材料。由于纯铁的磁导率 $\mu=2\times10^5\,\mathrm{H/m}$,故它在 Terfenol 棒等效电路中相当于在电端并联的电感值 l_e 很大,由 2.3 节知,l_e 可以略去不计。

如果忽略螺栓,可将该 Tonpilz 换能器看作是由有源材料 Terfenol 棒、喇叭口

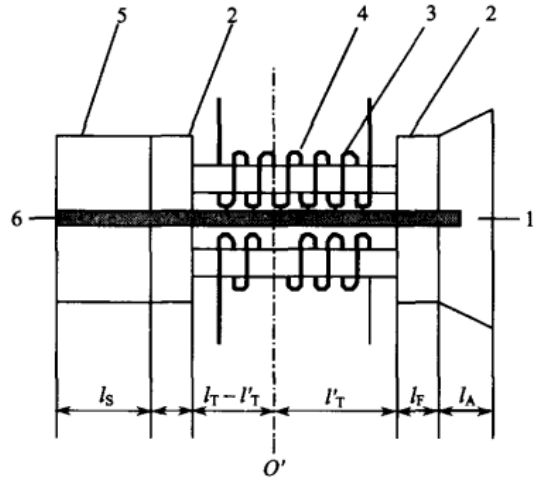


图 3.1　Tonpilz 换能器的外形

1. 前辐射块(铝);2. 磁回路材料(铁);3. 偏磁、激磁线圈;
4. Terfenol 棒;5. 后辐射块(不锈钢);6. 螺栓(褐铜)

形状的前辐射块铝及其他三个均匀的圆柱体组成。这些无源元件都有各自的等效电路[26]。在这五个组件相接部分的边界上,力和振速具有连续性。依据顺序,将它们对应的等效电路首尾连接起来(即机械端串联),可得出图 3.1 总的等效电路,如图 3.2 所示。

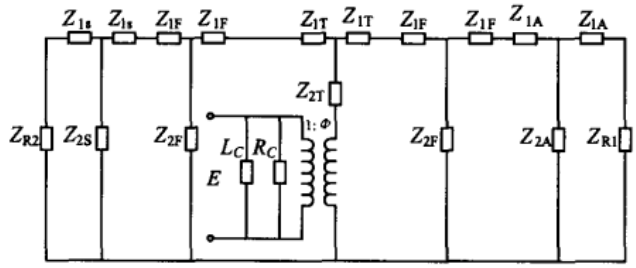


图 3.2　Tonpilz 换能器的等效电路图

图中 Φ 为机电转换系数,Z_{R_1}、Z_{R_2} 分别为换能器前端及后端的负载阻抗。图 3.2 中其他各阻抗值分别为

$$Z_{1A}=\mathrm{j}\frac{\rho_A S_A\sqrt{S_1S_2}}{\sin(k_A l_A)}-\mathrm{j}\frac{\rho_A C_A S_1}{k_A l_A}\left(\sqrt{\frac{S_2}{S_1}}-1\right)-\mathrm{j}\rho_A C_A S_1\cot(k_A l_A)$$

$$Z_{2A}=\mathrm{j}\frac{\rho_A C_A\sqrt{S_1S_2}}{\sin(k_A l_A)}-\mathrm{j}\frac{\rho_A C_A S_2}{k_A l_A}\left(\sqrt{\frac{S_1}{S_2}}-1\right)-\mathrm{j}\rho_A C_A S_2\cot(k_A l_A)$$

$$Z_{1F}=\mathrm{j}\rho_F C_F S_1\tan\left(\frac{k_F l_F}{2}\right),\qquad Z_{2F}=\frac{\rho_F C_F S_1}{\mathrm{j}\sin(k_F l_F)}$$

$$Z_{1T}=\mathrm{j}\rho_T C_T S_1\tan\left(\frac{k_T l_T}{2}\right),\qquad Z_{2T}=\frac{\rho_T C_T S_1}{\mathrm{j}\sin(k_T l_T)} \tag{3.1}$$

$$Z_{1S}=\mathrm{j}\rho_S C_S S_1\tan\left(\frac{k_S l_S}{2}\right),\qquad Z_{2S}=\frac{\rho_S C_S S_1}{\mathrm{j}\sin(k_S l_S)}$$

式中各下角标的含义是:S 代表不锈钢,F 代表纯铁,T 代表 Terfenol 棒,A 代表铝合金。S_1、S_2 分别为前辐射块铝后面及前面的横截面面积,铁和不锈钢的横截面面积也为 S_1,k 为波数。

换能器的节点平面 OO' 选择在 Terfenol 棒中,则节点前半部分的等效电路如图 3.3。

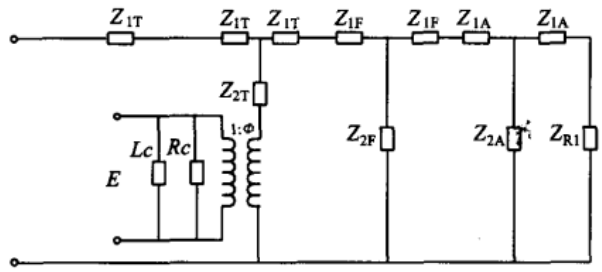


图 3.3 节点前半部分的等效电路

换能器在空气中,$Z_{R1}=0$。由式(3.1),令图 3.3 动态回路中的总电抗等于零,简化运算后可求得换能器前半节点部分的频率方程为

$$\frac{\rho_T C_T S_T}{\rho_F C_F S_1}\cot k_T l'_T=\tan\frac{k_F l_F}{2}+\frac{\rho_F C_F S_1\tan\dfrac{k_F l_F}{2}-X_e}{\rho_F C_F S_1-\rho_F C_F S_1\sin(k_F l_F)\tan\dfrac{k_F l_F}{2}+X_e\sin(k_F l_F)} \tag{3.2}$$

式中 $X_e=\dfrac{\rho_A C_A S_1}{k_A l_A F}\left(\dfrac{k_A l_A-(1+k_A^2 l_A^2 F(F+1)\tan(k_A l_A)}{k_A l_A(F+1)-\tan(k_A l_A)}\right)$,$F=\dfrac{r_1}{r_2-r_1}$(也称为延展系数),$r_1$ 和 r_2 分为喇叭(指前辐射块铝)喉和喇叭口的半径。

同理,换能器置于空气中,节点平面后半部分的频率方程为

$$\frac{\rho_T C_T S_T}{\rho_F C_F S_1}\cot k_T(l_T-l'_T)=\tan\frac{k_F l_F}{2}+$$

$$\frac{\rho_F C_F S_1\tan\left(\dfrac{k_F l_F}{2}\right)+\rho_S C_S S_1\tan(k_S l_S)}{\rho_F C_F S_1-\rho_F C_F S_1\sin(k_F l_F)\tan\dfrac{k_F l_F}{2}-\rho_S C_S S_1\sin(k_F l_F)\tan(k_S l_S)} \tag{3.3}$$

由上面(3.2)式和(3.3)式，给定换能器的各部分尺寸，即可算出谐振态的频率；同样，给定谐振频率，也可算出换能器的某一部分设计尺寸。

§3.2　传输矩阵设计法

用等效电路法进行 Tonpilz 换能器的设计时，首先要利用压磁方程和振动方程，导出换能器各组件(包括稀土超磁致伸缩棒)的等效电路，再利用边界条件将各组件连接起来，形成 Tonpilz 换能器的总体等效电路，并令该等效电路中的总电抗为零，求解频率方程，完成设计工作。设计过程中，如果要确定某一设计参数的变化，会给换能器谐振频率等性能参数带来多大的影响，计算就颇为烦琐。

为简化设计，将组成换能器整体的每一部件都等效为一个机械四端网络矩阵，使各传输矩阵连续相乘，简化网络，由此求得系统的谐振频率等性能参数，或在系统谐振频率为已知时求出系统中某一级的设计尺寸，整个过程用计算机辅助设计。

3.2.1　基本原理

在简谐振动的情况下，变截面纵振动组件的波动方程可以写为[50]

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}+\frac{1}{S(x)}\frac{\partial S(x)}{\partial x}\frac{\partial \xi}{\partial x}+k^2\xi=0 \tag{3.4}$$

其中 $k=\omega/c$，$c=(E/\rho)^{1/2}$，k 为波数，ω 为角频率，c 为纵波在相应组件中的传播速度，$S(x)$ 为组件的横截面面积函数。

利用上述方程，图 3.4(a)所示的任一种变截面形状函数组件的振动状态均可表示为如下形式

$$F_2=\alpha_{11}F_1+\alpha_{12}V_1$$
$$V_2=\alpha_{21}F_1+\alpha_{22}V_1$$

即

$$\begin{bmatrix}F_2\\V_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\alpha_{11} & \alpha_{12}\\ \alpha_{21} & \alpha_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}F_1\\V_1\end{bmatrix} \tag{3.5}$$

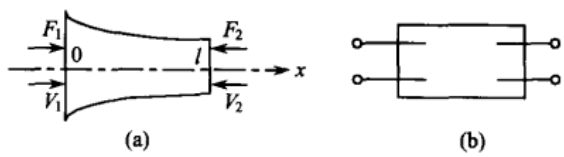


图 3.4　任意变截面面积函数的纵振组件可等效为一四端网络

以直圆锥杆振动组件为例，坐标原点 $x=0$ 处的半径为 R_1，$x=l$ 处的半径为

R_2，其变截面的面积函数为 $S=S_1(1-\alpha x)^2$，其中 $\alpha=\dfrac{R_1-R_2}{R_1 l}$，将面积函数带入方程(3.4)中，得解为

$$\xi=\frac{1}{x-\dfrac{1}{\alpha}}(A\cos(kx)+B\sin(kx))$$

由 $V=\mathrm{j}\omega\xi$ 和 $F=-SE\dfrac{\partial\xi}{\partial x}$，利用边界条件

$$V_1=\xi|_{x=0} \qquad V_2=\xi|_{x=l}$$
$$F_1=F|_{x=0} \qquad F_2=F|_{x=l}$$

可推得

$$\begin{aligned}F_2&=\left(\frac{R_1-R_2}{R_1 kl}\sin(kl)+\frac{R_2}{R_1}\cos(kl)\right)F_1+\\&\quad \mathrm{j}Z_1\left\{\left[\left(\frac{R_1-R_2}{R_2 kl}\right)^2+\frac{R_1}{R_2}\right]\sin(kl)-\left(\frac{R_1-R_2}{R_2}\right)^2\frac{\cos(kl)}{kl}\right\}V_1\\&=\alpha_{11}F_1+\alpha_{12}V_1\\V_2&=\mathrm{j}\frac{F_1}{Z_2}\cdot\frac{R_1}{R_2}\sin(kl)+\left(\frac{R_1}{R_2}\cos(kl)-\frac{R_1-R_2}{R_2}\cdot\frac{\sin(kl)}{kl}\right)V_1\\&=\alpha_{21}F_1+\alpha_{22}V_1\end{aligned}$$

式中 $Z_1=\rho cS_1$，$Z_2=\rho cS_2$，分别为棒在两端的特性力阻抗。对于等截面均匀圆柱振动组件，令上式中 $R_1=R_2$ 即可。

设 Tonpilz 换能器由 n 个振动组件组成，则第 i 级可表示为一等效四端网络

$$\begin{bmatrix}F_{i+1}\\V_{i+1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\alpha_{11}^i & \alpha_{12}^i\\ \alpha_{21}^i & \alpha_{22}^i\end{bmatrix}\begin{bmatrix}F_i\\V_i\end{bmatrix}$$

或写为

$$\boldsymbol{Z}_{i+1}=\boldsymbol{D}_i\boldsymbol{Z}_i \tag{3.6}$$

式中 $\boldsymbol{Z}_{i+1}=\begin{bmatrix}F_{i+1}\\V_{i+1}\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{D}_i=\begin{bmatrix}\alpha_{11}^i & \alpha_{12}^i\\ \alpha_{21}^i & \alpha_{22}^i\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{Z}_i=\begin{bmatrix}F_i\\V_i\end{bmatrix}$

按换能器组合顺序，将各网络矩阵相乘后，可简化为一个四端网络

$$\boldsymbol{Z}_n=\boldsymbol{A}\boldsymbol{Z}_1$$

式中 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{D}_n\cdot\boldsymbol{D}_{n-1}\cdot\cdots\boldsymbol{D}_2\cdot\boldsymbol{D}_1=\begin{bmatrix}\alpha_{11} & \alpha_{12}\\ \alpha_{21} & \alpha_{22}\end{bmatrix}$

当该纵振系统两端自由时，即 $F_1=F_2=0$，两端速度最大，这时有

$$\begin{bmatrix}0\\V_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\alpha_{11} & \alpha_{12}\\ \alpha_{21} & \alpha_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\V_1\end{bmatrix} \tag{3.7}$$

$\alpha_{12}V_1=0$，即$|\alpha_{12}|=0$，由此求得系统的谐振频率。反之，若知道系统的谐振频率，亦可求得某一级组件中的某一设计尺寸。又由(3.7)式，有

$$V_n=\alpha_{22}V_1 \tag{3.8}$$

复合矩阵$|\alpha_{22}|$之值就是 Tonpilz 换能器两端振动速度之比，即速度放大系数。

图 3.1 中，$n=5$。前辐射块铝的四端网络各量为

$$\begin{aligned}
\alpha_{11}&=\frac{r_2-r_1}{r_2k_Al_A}\sin(k_Al_A)+\frac{r_1}{r_2}\cos(k_Al_A)\\
\alpha_{12}&=\mathrm{j}\rho_AC_AS_2\left\{\left[\left(\frac{r_2-r_1}{r_1k_Al_A}\right)^2+\frac{r_2}{r_1}\right]\sin(k_Al_A)-\left(\frac{r_2-r_1}{r_1}\right)^2\frac{\cos(k_Al_A)}{k_Al_A}\right\}\\
\alpha_{21}&=\mathrm{j}\frac{1}{\rho_AC_AS_1}\frac{r_2}{r_1}\\
\alpha_{22}&=\frac{r_2}{r_1}\cos(k_Al_A)-\frac{r_2-r_1}{r_1}\frac{\sin(k_Al_A)}{k_Al_A}
\end{aligned} \tag{3.9}$$

圆柱体的四端网络各量为

$$\begin{aligned}
\alpha_{11}&=\cos(kl) & \alpha_{12}&=\mathrm{j}\rho CS\sin(kl)\\
\alpha_{21}&=\mathrm{j}\sin(kl)/\rho CS & \alpha_{22}&=\cos(kl)
\end{aligned} \tag{3.10}$$

只要将(3.10)式中的特性阻抗、波数、长度等量换成铁、Terfenol 棒、不锈钢的相应各量，即可得到它们的四端网络各量。

3.2.2　考虑预应力螺栓的影响

传统设计中，一般很少考虑预应力螺栓的影响，这样计算出的谐振频率要比实测低。因为预应力螺栓将 Terfenol 棒和前后盖板联接起来，并对 Terfenol 棒施加预应力，也相应增加了振子的纵向劲度，提高了换能器的谐振频率。

这里借鉴文献[51]处理压电陶瓷换能器的办法，将预应力螺栓等效为一个四端网络，该双口网络的输入输出端与整个振子的等效网络相串联，而不再是链式连接。如图 3.5 所示。通过这样的修改，使数学模型进一步完善。

图 3.5(a)中，Ⅰ可视为由图 3.1 中的前辐射块、铁、Terfenol 棒和后辐射块组成的链式网络通过传输矩阵相乘后等效的一总网络，Ⅱ可视为由螺栓组成的另一四端网络。具体如图 3.6 所示。

在图 3.6 中，螺栓为等截面均匀圆柱振动组件。将图中的不锈钢、铁、Terfenol 棒、铁、及铝这五个四端网络利用传输矩阵法，经简化后，可等效为一个总的四端网络，可视为图 3.5(a)中的网络Ⅰ；螺栓组成的网络可视为图 3.5(a)中的网络Ⅱ。

图 3.5 中的Ⅰ、Ⅱ这两个双口网络合并后，再可等效为一个图 3.5(b)的网络形式。合并的法则是：先将两个一般网络参数转化为阻抗矩阵参数，相加后，再进

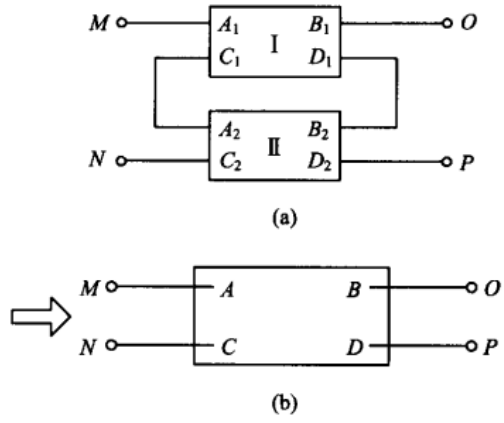


图 3.5 两个传输网络的串联简化

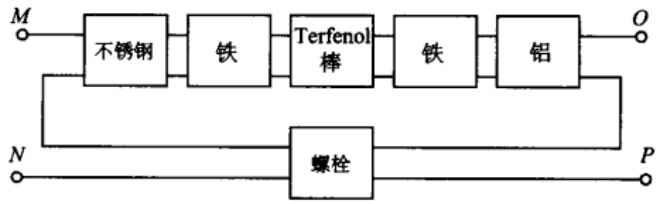


图 3.6 考虑螺栓后，Tonpilz 换能器的总等效网络

行反变换，即将阻抗矩阵参数反变换成一般网络矩阵参数。表达式如下

$$\begin{vmatrix} \boldsymbol{Z}_{11a} & \boldsymbol{Z}_{12a} \\ \boldsymbol{Z}_{21a} & \boldsymbol{Z}_{22a} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dfrac{A_1}{C_1} & \dfrac{\Delta T}{C_1} \\ \dfrac{1}{C_1} & \dfrac{D_1}{C_1} \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \boldsymbol{Z}_{11b} & \boldsymbol{Z}_{12b} \\ \boldsymbol{Z}_{21b} & \boldsymbol{Z}_{22b} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dfrac{A_2}{C_2} & \dfrac{\Delta T_2}{C_2} \\ \dfrac{1}{C_2} & \dfrac{D_2}{C_2} \end{vmatrix} \tag{3.11}$$

其中 $\Delta T_1 = C_1 B_1 - A_1 D_1$，$\Delta T_2 = C_2 B_2 - A_2 D_2$，

将两网络合并，对应的阻抗参数矩阵各元素相加，得

$$\begin{vmatrix} \boldsymbol{Z}_{11} & \boldsymbol{Z}_{12} \\ \boldsymbol{Z}_{21} & \boldsymbol{Z}_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{Z}_{11a} + \boldsymbol{Z}_{11b} & \boldsymbol{Z}_{12a} + \boldsymbol{Z}_{12b} \\ \boldsymbol{Z}_{21a} + \boldsymbol{Z}_{21b} & \boldsymbol{Z}_{22a} + \boldsymbol{Z}_{22b} \end{vmatrix} \tag{3.12}$$

再将该阻抗参数矩阵变换成一般网络参数矩阵

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dfrac{\boldsymbol{Z}_{11}}{\boldsymbol{Z}_{21}} & \left(\boldsymbol{Z}_{21} - \dfrac{\boldsymbol{Z}_{11}\boldsymbol{Z}_{22}}{\boldsymbol{Z}_{21}}\right) \\ \dfrac{1}{\boldsymbol{Z}_{21}} & -\dfrac{\boldsymbol{Z}_{22}}{\boldsymbol{Z}_{21}} \end{vmatrix} \tag{3.13}$$

(3.13)式即是考虑螺栓后，Tonpilz 换能器总的等效网络矩阵。再用上面基本原理中的计算方法进行设计即可。

3.2.3　程序实现

这里用 FORTRAN77 语言，按图 3.7 所示的流程框图，编程来完成设计计算。

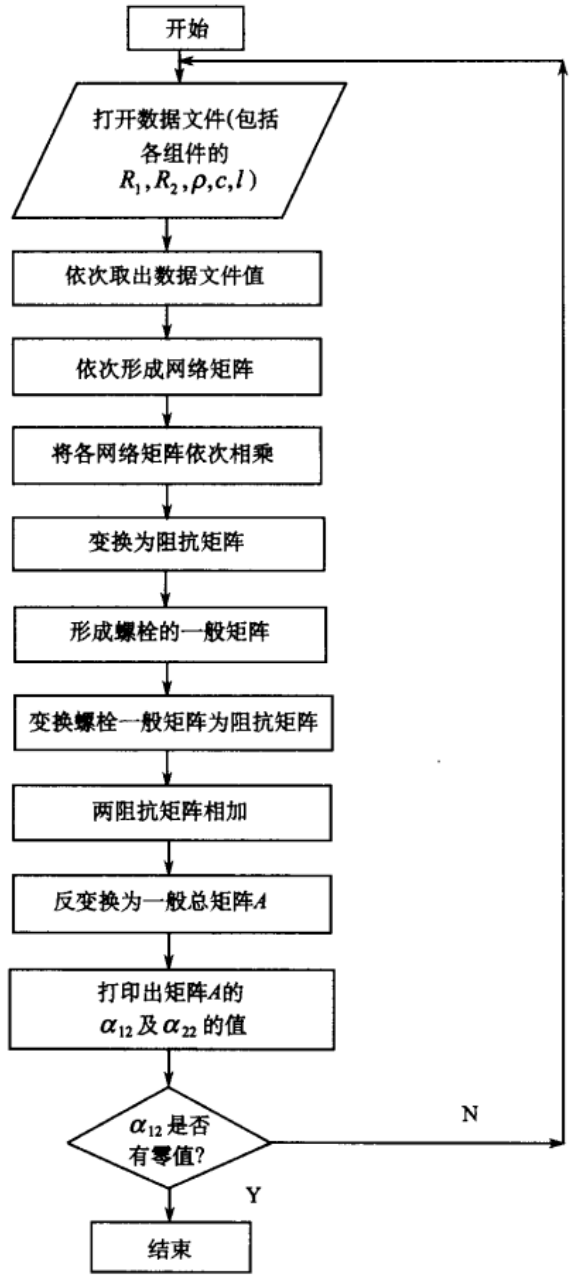


图 3.7　Tonpilz 换能器程序流程执行框图

§3.3 谐振频率附近处的等效电路

换能器在机械共振频率处工作时，其电声效率最高。因而，谐振频率附近处的等效电路对分析换能器的性能是非常重要的。

由图 3.2，通过机电类比可得到磁致伸缩换能器的机电类比电路图

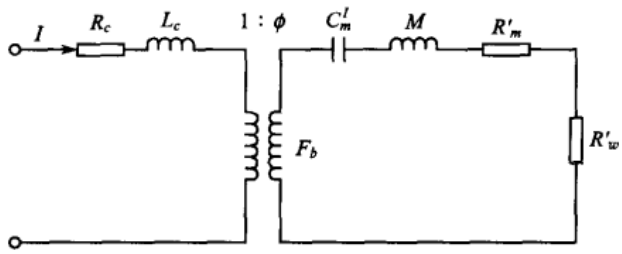


图 3.8 磁致伸缩换能器的机电类比电路

因磁致伸缩换能器一般为恒流源发射，可将图 3.2 中的电端改为静态电阻和静态电感相串联而得到图 3.8。图中，C_m^l 为机械端开路力顺，M 为换能器等效质量，R'_m 为内损耗机械阻，R'_w 为声辐射阻，ϕ 为机电类比因子。

利用导纳型类比法，有

$$\frac{I}{F_b}=\frac{1}{\phi}$$

又 $\dot{\xi}=\frac{E}{\phi}$，$\dot{\xi}$ 为机械端振速，E 为电端电压，则电端阻抗为

$$Z_e=\frac{E}{I}=\frac{\phi^2}{Z_m} \tag{3.14}$$

将图 3.8 中的机械支路等效到电端来，变为下图形式

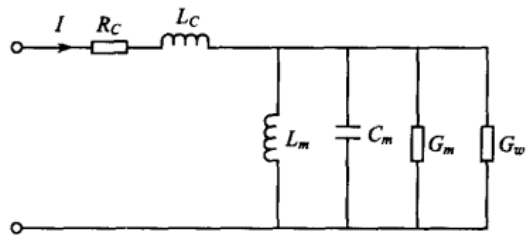


图 3.9 磁致伸缩换能器在共振频率附近的等效电路

图中，L_C、R_C 为换能器的静态电感和静态电阻，C_m、L_m、G_m 分别为换能器的通过机电耦合反映到电路中呈现的等效动态电容、动态电感和动态电导，G_w 则为换

能器的辐射导。

图 3.8 与图 3.9 中各量的对应关系为

$$L_m = \phi^2 C_m^I, \frac{1}{C_m} = \frac{\phi^2}{M}, G_m = \frac{R'_m}{\phi^2}, G_w = \frac{R'_w}{\phi^2} \tag{3.15}$$

这里，顺便提一下，在有些文献中[52]，将磁致伸缩换能器在共振频率附近处的等效电路表为图(3.10)形式。

这只不过是将图 3.8 通过阻抗型类比而得到的。当然，也可从图 3.9，利用对偶原理直接得到[53]。至于图 3.10 与图 3.8 中各量之间的关系，可由阻抗型类比法则得到，在此不再赘述。

虽然上面的等效电路图是由 Tonpilz 换能器的机电类比图推得的，但可适合于任何一种处于谐振时的磁致伸缩换能器。

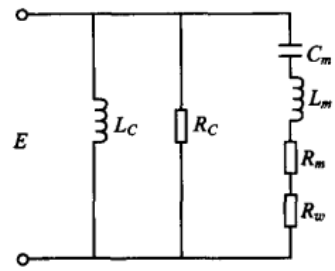


图 3.10　文献[14]中的等效电路

小结

第 2 章导出的 Terfenol 棒等效电路的基础上，本章研究了 Tonpilz 换能器的集中参数设计理论和传输矩阵设计理论。假定的前提条件为：在所设计的谐振频率上，平面纵波沿换能器轴向传播，不计损耗。这里，分为考虑和未考虑预应力螺栓对换能器谐振频率的影响两种情况。

在本章末，通过变换，给出了谐振频率附近处适合于一般磁致伸缩换能器的集中参数等效电路图，并从机电类比变换角度解释了两种形式的等效电路图各自的物理意义。

第 4 章　稀土超磁致伸缩换能器的有限元设计理论

Henno Allik 等人结合压电方程，将有限元法应用于三维压电体分析[40]；Yukio Kagawa 等人导出了适用于压电体和压电换能器的有限元动力学方程，进而计算了压电圆形棒、压电圆形板及 Langevin 型夹心换能器的振动模态[54]。他们的工作建立了有限元分析压电换能器的理论基础。

迄今为止，见到的用有限元方法分析换能器的文献，一般都是分析压电型的。究其原因，可能是由于在这之前，压电材料在换能器领域占有着主导地位。

这里用有限元法分析了磁致伸缩换能器各组件单元中的能量关系，所导出的理论公式适用于一般的磁致伸缩型换能器的设计[55]。

有限元法分析结构复杂的振动体，能避免解析法中繁杂的计算、推导。尤其是优秀的大型有限元程序中的后处理可视化程序，能形象地显示出振动体的振动模态、受力后的应变情况等信息，极大地方便了设计。这里使用的有限元软件是 ALGOR FEAS(ALGOR finite element analysis system)。

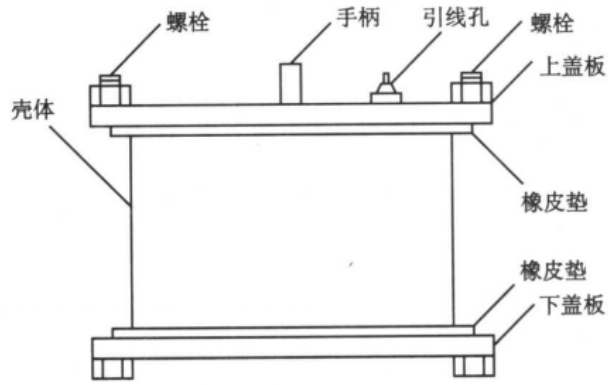
通常选用做壳体的材料有：硬铝、钢、钛合金、加强型玻璃塑料(glass reinforced plastic)等。要置于深水中工作，材料要有足够的强度。钛合金的物理性能很好，但成本太高；钢较重，且用它作为壳体的换能器带宽较窄，一般很少采用，除非需要很高的强度的场合时才用[56]。这里优质航空铝合金(代号为 LD-10)被选作为壳体材料。

研制的弯张换能器的结构如图 4.1(a)所示，图 4.1(b)为不加上下盖板时，换能器进行有限元剖分单元的 xy 平面结构示意图，图 4.1(c)为换能器壳体内上下结构分布的四根有源稀土棒材，其中的壳体只显示了其中性面。

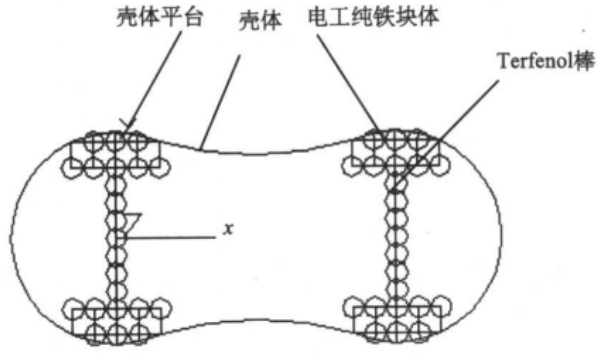
图中壳体平台和壳体共同组成一个整体，称为弯张壳体。橡皮垫一方面作水密用，另一方面可视为换能器处于自由边界条件。

在进行有限元剖分时，壳体采用四节点薄壳单元，壳体平台和高磁导率的长方体形电工纯铁块采用八节点三维块体等参单元，Terfenol 棒采用杆单元。

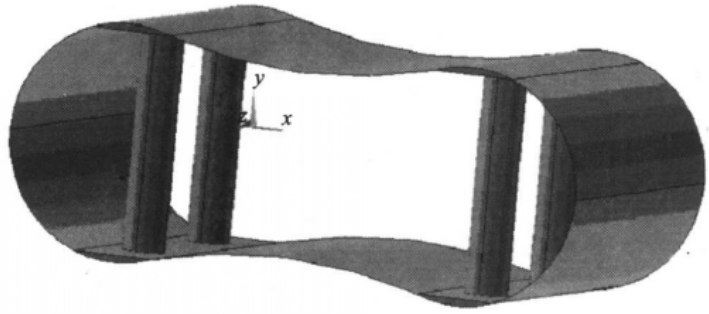
换能器共有四根 Terfenol 棒，每半边对称放置两个，这两个上下排列，相距 80mm。四个激磁线圈相互串联，两两与高磁导率的电工纯铁一起，组成一闭和磁路。



(a)



(b)



(c)

图 4.1　Ⅶ型换能器结构图

§4.1　稀土超磁致伸缩棒的有限元模型及设计理论

前面说过，稀土铁合金是较脆的材料，不易制成片状，多以棒状形式出现，常用于低频大功率声换能器的设计，其波长远大于棒的横向尺寸，可近似地只考虑其纵

向振动。在有限元建模过程中，将其当作杠件单元组成的系统来处理。

4.1.1 单元插值函数

将 Terfenol 棒沿轴线方向划分为 m 个单元[①]，则有 $m+1$ 个节点，如图 4.2 所示

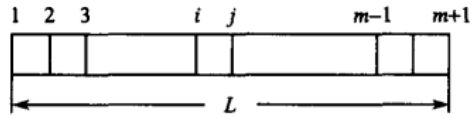


图 4.2 磁致伸缩棒划分为有限个单元

对每个单元，只有两个节点 i、j，设这两个节点的坐标和位移分别为 z_i、U_i 及 z_j、U_j。在这两个节点之间任一位置上的棒的介质位移可表为[57]

$$\begin{aligned}\delta_z &= \sum_{k=i,j} N_k(z)U_k = N_i(z)U_i + N_j(z)U_j \\ &= [N_i(z) \quad N_j(z)]\begin{bmatrix}U_i\\U_j\end{bmatrix} \\ &= [N_i(z) \quad N_j(Z)][\delta_e]\end{aligned} \tag{4.1}$$

式中 $[\delta_e] = \begin{bmatrix}U_i\\U_j\end{bmatrix}$ 为这两节点组成的位移列阵。$N_i(z)$，$N_j(z)$ 即为插值函数。

由于每个单元内只有两个节点，在一维情况下只有两个自由度，所以插值函数只能是一次多项式，即线性插值。

位移函数可表为坐标的线性函数

$$U = \alpha_1 + \alpha z \tag{4.2}$$

将两节点的坐标及位移代入上式，求得

$$\alpha_1 = \frac{U_i z_j - U_j z_i}{z_j - z_i}, \alpha_2 = \frac{U_j - U_i}{z_j - z_i}$$

$$\begin{aligned}U &= \frac{1}{z_j - z_i}[z_j - z \quad z_i - z]\begin{bmatrix}U_i\\U_j\end{bmatrix} \\ &= [N][\delta_e]\end{aligned}$$

令 $\Delta z = z_j - z_i$，则 $[N] = \frac{1}{\Delta z}[z_j - z \quad z_i - z]$ 是坐标的函数，它反映单元的位移状态，也称为形状函数。

① 稀土超磁致伸缩材料是各向异性的，这里建模为杆件单元只是一个近似。见 9.4 节或文献[2]。

4.1.2　应变

单元内各点的应变可表为

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}([N][\delta_e])}{\mathrm{d}x} \\ &= \frac{1}{\Delta x}[-1 \quad 1]\begin{bmatrix}U_i \\ U_j\end{bmatrix} \\ &= [B][\delta_e]\end{aligned} \tag{4.3}$$

式中 $[B] = \dfrac{1}{\Delta x}[-1 \quad 1]$

由上式可知，在线性插值的情况下，单元内各点的应变是常量。因此各单元边界上，必然出现应变的间断。只有在单元划分得很细的时候，这种单元值才相应地减小。

4.1.3　单元中的能量关系

4.1.3.1　应变能 U_e

由弹性力学可知，在忽略剪切应力的情况下，应变能 U_e 为

$$U_e = \frac{1}{2}\iiint_e \varepsilon^{\mathrm{T}} T_3 \mathrm{d}V \tag{4.4}$$

式中下脚标 3 表示沿 z 方向，上角标 T 表示转置矩阵，下同。

选用应变及磁场强度为变量的压磁方程[58]

$$\begin{cases}T = C^H S - e^{\mathrm{T}} H \\ B = eS + \mu^s H\end{cases} \tag{4.5}$$

实际中，激励磁场沿 z 轴方向施加，故

$$H_1 = H_2 = 0, H_3 \neq 0$$
$$T_1 = T_2 = 0, T_3 \neq 0$$
$$S_1 = S_2 = 0, S_3 = \varepsilon \neq 0$$

C^H 为恒定磁场强度下的弹性系数；$e_{33} = \left(\dfrac{\partial B_3}{\partial S_3}\right)_H$ 为压磁常数，表示恒定磁场条件下，由于应变分量每增加一个单位所引起的磁感应强度 B_3 的变化量，其量值 $e_{33} = d \cdot (s^H)^{-1}$（参见附录）；$\mu^s$ 为稀土棒在恒应变下的磁导率。

(4.5)式可变为

$$\begin{aligned}T_3 &= C_{33}^H \varepsilon - e_{33} H_3 \\ B_3 &= e_{33}\varepsilon + \mu_{33}^s H_3\end{aligned} \tag{4.6}$$

将(4.6)式代入(4.4)式,得

$$U_e = \frac{A}{2}\int_e [\delta_e]^T[B]^T(C_{33}^H\varepsilon - e_{33}H_3)\mathrm{d}z \tag{4.7}$$

式中 A 为棒的横截面积。且式中,

$$\text{第一项} = \frac{A}{2}\int_e [\delta_e]^T[B]^T C_{33}^H[B][\delta_e]\mathrm{d}z$$

$$= \frac{A}{2}\cdot[\delta_e]^T\int_e [B]^T C_{33}^H[B]\mathrm{d}z\cdot[\delta_e]$$

令

$$[k_e] = A\int_e [B]^T C_{33}^H[B]\mathrm{d}z$$

$$= \frac{AC_{33}^H}{z_j - z_i}\begin{bmatrix}-1\\ 1\end{bmatrix}[-1 \quad 1] \tag{4.8}$$

$$= \frac{AC_{33}^H}{z_j - z_i}\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}$$

此即为单元的刚度矩阵。

$$\text{第二项} = -\frac{A}{2}\int_e [\delta_e]^T[B]^T[e_{33}]^T H_3\mathrm{d}z \tag{4.9}$$

取通过由两根棒绕线圈构成的闭合磁回路,由磁路定理有

$$\oint H_3\mathrm{d}l = nI$$

I 为通过环绕每根棒线圈中的驱动电流。因缠绕两根 Terfenol 棒的偏磁线圈电端串联联接,故 I 也是总的驱动工作电流。n 为每根棒上所绕线圈匝数。

由于组成棒外部的磁路材料的磁导率很高,故

$$\oint H_3\mathrm{d}l \approx 2\cdot\int H_3\mathrm{d}l = 2n\cdot I$$

得 $H_3 = \frac{nI}{l}$,代入(4.9)式,则

$$\text{第二项} = -\frac{A}{2}\int_e [\delta_e]^T[B]^T e_{33}\mathrm{d}z\cdot\frac{nI}{l}$$

$$= -\frac{A}{2}[\delta_e]^T\int_e [B]^T e_{33}\mathrm{d}z\cdot\frac{nI}{l}$$

令 $[G_e] = A\int_e [B]^T\mathrm{d}z = A\begin{bmatrix}-1\\ 1\end{bmatrix}$,$[P_e] = [G_e]e_{33}$,称 $[P_e]$ 耦合因数矩阵。

这样,(4.7)式可简化为

$$U_e = \frac{1}{2}[\delta_e]^{\mathrm{T}}[k_e][\delta_e] - \frac{1}{2}[\delta_e]^{\mathrm{T}}[P_e] \cdot \frac{nI}{l} \tag{4.10}$$

令式中$[P_e] \cdot \frac{nI}{l} = [g_e] \cdot I$，其中$[g_e] = \frac{n}{l}[P_e]$，其量纲为 N/A，称之为单元的电流-等效节点力关系矢量，等于单位电流所产生的等效节点力。

4.1.3.2　*磁场能 H_e*

$$H_e = \frac{1}{2}\iiint_e B_3 H_3 \mathrm{d}V$$

$$= \frac{1}{2}A\int_e B_3 H_3 \mathrm{d}z$$

将(4.6)式代入上式，得

$$H_e = \frac{1}{2}A\int_e [e_{33}\varepsilon + \mu_{33}^{s} H_3]\mathrm{d}z \cdot \frac{nI}{l}$$

$$= \frac{1}{2}A\left[e_{33}\int_e [B][\delta_e]\mathrm{d}z + \int_e \mu_{33}^{s} \cdot \frac{nI}{l}\mathrm{d}z\right] \cdot \frac{nI}{l}$$

因 $[B][\delta_e] = [\delta_e]^{\mathrm{T}}[B]^{\mathrm{T}}$，结合前面$[P_e]$表达式，上式可写成

$$H_e = \frac{1}{2} \cdot [\delta_e]^{\mathrm{T}}[P_e] \cdot \frac{nI}{l} + \frac{A}{2}\mu^{s} \cdot \left(\frac{nI}{l}\right)^2 \cdot \Delta z \tag{4.11}$$

4.1.3.3　*动能 T_e*

$$T_e = \frac{1}{2}\iiint_e \rho[\dot{u}]^{\mathrm{T}}[\dot{u}]\mathrm{d}V$$

$$= \frac{1}{2}A\int_e \rho[\dot{\delta}_e]^{\mathrm{T}}[N]^{\mathrm{T}}[N][\dot{\delta}_e]\mathrm{d}z \tag{4.12}$$

$$= \frac{1}{2}[\dot{\delta}_e]^{\mathrm{T}}[M_e][\dot{\delta}_e]$$

式中 $[M_e] = \int_e \rho A[N]^{\mathrm{T}}[N]\mathrm{d}z$ 为单元协调质量矩阵，展开可表示为

$$[M_e] = \frac{\rho A \Delta z}{6}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

通常，在有限元程序中，为了简化计算，采用另一种质量矩阵，即是将单元质量等效地移置到两个节点上，即

$$T_e=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\rho A\Delta z\right)u_i^2+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\rho A\Delta z\right)\dot{u}_j^2$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\rho A\Delta z\right)\cdot(\dot{u}_i^2+\dot{u}_j^2)$$

$$=\frac{1}{2}[\dot{\delta}_e]^{\mathrm{T}}\left(\frac{1}{2}\rho A\Delta x\cdot\boldsymbol{I}\right)[\dot{\delta}_e]$$

$$=\frac{1}{2}[\dot{\delta}_e]^{\mathrm{T}}\,\overline{m_e}[\dot{\delta}_e]$$

其中$\overline{m_e}=\frac{1}{2}\rho Al\cdot\boldsymbol{I}=\frac{1}{2}\rho Al\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$就是集中质量矩阵，$\boldsymbol{I}$为单位质量矩阵。本书中的有限元程序即是选用集中质量矩阵进行运算的。

4.1.3.4 *外力功*

作用在棒单元 e 节点上的外力功为

$$W_e=[\delta_e]^{\mathrm{T}}[F_e] \tag{4.13}$$

式中$[F_e]=\begin{bmatrix}F_i\\ F_j\end{bmatrix}$，为等效节点外载荷。

4.1.4 动态方程

系统的拉格朗日函数可表示为

$$L=\sum_e U_e-H_e-T_e-W_e \tag{4.14}$$

将(4.11)式、(4.12)式、(4.13)式代入上式，得

$$L=\sum_e\Big\{\frac{1}{2}[\delta_e]^{\mathrm{T}}[k_e][\delta_e]-\frac{1}{2}\cdot[\delta_e]^{\mathrm{T}}[P_e]\cdot\frac{nI}{l}$$

$$-\frac{1}{2}\cdot[\delta_e]^{\mathrm{T}}[P_e]\cdot\frac{nI}{l}-\frac{A\mu^s}{2}\cdot\left(\frac{nI}{l}\right)^2\cdot\Delta z \tag{4.15}$$

$$-\frac{1}{2}[\dot{\delta}_e]^{\mathrm{T}}[M_e][\dot{\delta}_e]-[\delta_e]^{\mathrm{T}}[F_e]\Big\}$$

应用哈密顿原理，在时间区间$[t_1,t_2]$上对 L 积分，并使其变分等于零，即$\delta\int_{t_1}^{t_2}L\mathrm{d}t=0$

将(4.15)式代入上式，化简后得

$$\delta\int_{t_1}^{t_2}L\mathrm{d}t=\sum_e\Big\{\int_{t_1}^{t_2}\Big[\delta[\delta_e]^{\mathrm{T}}\left([k_e][\delta_e]-[P_e]\cdot\frac{nI}{l}\right)\Big]\mathrm{d}t$$

$$-\int_{t_1}^{t_2}[\delta[\dot{\delta}_e]^{\mathrm{T}}[M_e][\dot{\delta}_e]+[\delta_e]^{\mathrm{T}}[F_e]]\mathrm{d}t\Big\}=0 \tag{4.16}$$

又因为

$$\int_{t_1}^{t_2}\delta[\dot{\delta}_e]^{\mathrm{T}}[M_e][\dot{\delta}_e]\mathrm{d}t$$

$$=\delta[\delta_e]^{\mathrm{T}}[M_e][\dot{\delta}_e]\Big|_{t_1}^{t_2}-\int_{t_1}^{t_2}\delta[\delta_e]^{\mathrm{T}}[M_e][\ddot{\delta}_e]\mathrm{d}t \tag{4.17}$$

按照哈密顿原理，$\delta[\delta_e(t_1)]=\delta[\delta_2(t_2)]=0$，故上式第一项值为零。

将(4.17)式代入(4.16)式中，得

$$\int_{t_1}^{t_2}\sum_e\left\{\left[\delta[\delta_e]^{\mathrm{T}}\left([k_e][\delta_e]-[P_e]\cdot\frac{nI}{l}\right)+\delta[\delta_e]^{\mathrm{T}}[M_e][\ddot{\delta}_e]-\delta[\delta_e]^{\mathrm{T}}[F_e]\right]\mathrm{d}t\right\}=0 \tag{4.18}$$

由此，得到整个换能器系统的运动方程

$$[M][\ddot{\delta}]+[K][\delta]=[P]\cdot\frac{nI}{l}+[F] \tag{4.19}$$

式中，$[M]=\sum_e[M_e]$

$$[K]=\sum_e[k_e]$$

$$[P]=\sum_e[P_e]$$

$$[\delta]=\begin{bmatrix}U_1\\U_2\\\vdots\\U_{m+1}\end{bmatrix}$$

对无源元件来说，耦合因数矩阵$[P]=0$，$[M]$和$[K]$换成相应的质量矩阵和刚度矩阵即可。

电端开路时$I=0$，当$[F]=0$时，对应空气中自由振动共振频率。

§4.2　壳体的有限元模型

由于壳体的厚度设计值与壳体中面的曲率半径设计值相比很小(最大比值为0.17)，且壳体形状类似于柱面，所以在实际建模分析时，用矩形平板壳单元的组合来代替换能器的壳体。将壳体曲面划分为有限个单元，当单元逐渐细分时，用平面组成的一个单向或双向折板来近似壳体的几何形状将会得到良好的效果[59,60]。

弹性薄壳的应力状态可以认为是平面应力状态和弯曲应力状态的组合。因此，薄壳单元的刚度矩阵也可以由这两种应力状态的刚度矩阵加以组合而得到。

4.2.1 平面矩形单元的刚度矩阵

如图 4.3 所示，四节点矩形单元的节点力在单元局部坐标下为

$$F_i^P = [U_i \quad V_i]^T \tag{4.20}$$

相应的节点位移为

$$[\delta_i^P] = [u_i \quad v_i]^T, i = i, j, m, p$$

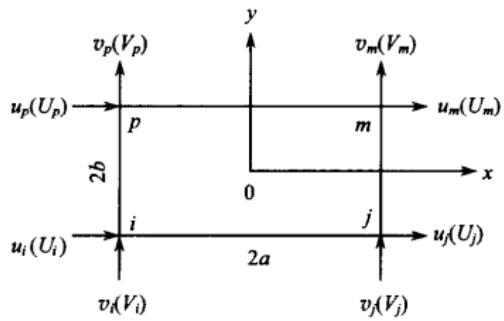


图 4.3 平面矩形单元的局部坐标

位移函数取为双线性位移函数[61]，即

$$\begin{aligned} u &= a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 xy \\ v &= a_5 + a_6 x + a_7 y + a_8 xy \end{aligned} \tag{4.21}$$

将节点坐标代入上式，得形状函数

$$N_i = \frac{1}{4}\left(1 + \frac{x}{x_i}\right)\left(1 + \frac{y}{y_i}\right) \tag{4.22}$$

(x_i, y_i)为平面矩形单元各节点的坐标。

单元的应变为

$$[\varepsilon] = [B_e][\delta_e] \tag{4.23}$$

式中$[\delta_e]$为节点位移列阵

$$[B_e] = [B_i \quad B_j \quad B_m \quad B_p]$$

$$B_i = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \dfrac{\partial N_i}{\partial y} \\ \dfrac{\partial N_i}{\partial y} & \dfrac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} \left(1 + \dfrac{y}{y_i}\right)\left(\dfrac{1}{x_i}\right) & 0 \\ 0 & \left(1 + \dfrac{x}{x_i}\right)\left(\dfrac{1}{y_i}\right) \\ \left(1 + \dfrac{x}{x_i}\right)\left(\dfrac{1}{y_i}\right) & \left(1 + \dfrac{y}{y_i}\right)\left(\dfrac{1}{x_i}\right) \end{bmatrix}$$

单元的刚度矩阵为

$$[k_e]=\iint_A [B_e]^{\mathrm{T}}[D][B_e]^{\mathrm{T}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{4.24}$$

4.2.2　平板矩形弯曲单元的刚度矩阵

如图 4.4 所示，由基尔霍夫理论(Kirchhoff's Voltage law)，四节点薄板弯曲矩形单元在单元局部坐标系下的节点力为

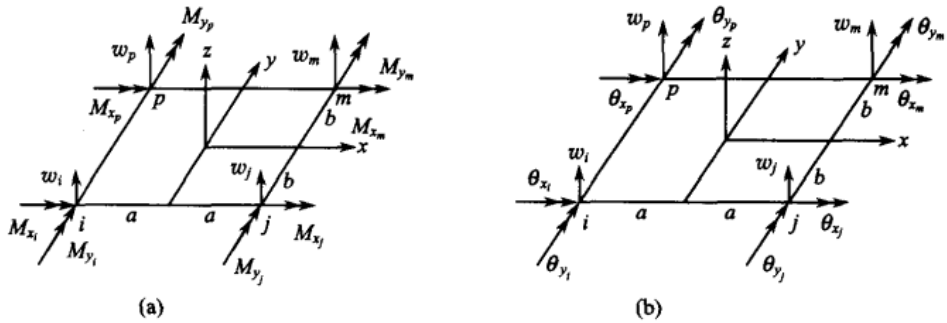


图 4.4　矩形单元的节点力与节点位移

$$\boldsymbol{F}_i^b=\begin{bmatrix} w_i \\ M_{x_i} \\ M_{y_i} \end{bmatrix} \tag{4.25}$$

相应的节点位移为

$$[\delta_i^b]=\begin{bmatrix} w_i \\ \theta_{x_i} \\ \theta_{y_i} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} w_i \\ \left(\dfrac{\partial w}{\partial x}\right)_i \\ -\left(\dfrac{\partial w}{\partial y}\right)_i \end{bmatrix} \tag{4.26}$$

选取不完全的四次多项式来插值该位移函数，即

$$\begin{aligned} w(x,y)=&a_1+a_2x+a_3y+a_4x^2+a_5xy+a_6y^2+a_7x^3+a_8x^2y+a_9xy^2 \\ &+a_{10}y^3+a_{11}x^3y+a_{12}xy^3 \end{aligned} \tag{4.27}$$

将各节点的坐标值代入上式，可得

$$w(x,y)=[N][\delta_e] \tag{4.28}$$

$[\delta_e]$为各节点位移列阵，形状函数 N 为 x,y 的函数，写成通式

$$[N]=[[N]_i \quad [N]_j \quad [N]_m \quad [N]_p] \tag{4.29}$$

$$[N]_i=[N_i \quad N_{x_i} \quad N_{y_i}] \qquad i=i,j,m,p$$

其中

$$N_i=\frac{1}{8}\left(1+\frac{x}{x_i}\right)\left(1+\frac{y}{y_i}\right)\left[2+\frac{x}{x_i}\left(1-\frac{x}{x_i}\right)+\frac{y}{y_i}\left(1-\frac{y}{y_i}\right)\right]$$

$$N_{x_i}=-\frac{1}{8}y_i\left(1+\frac{x}{x_i}\right)\left(1+\frac{y}{y_i}\right)^2\left(1-\frac{y}{y_i}\right)$$

$$N_{y_i}=\frac{1}{8}x_i\left(1+\frac{x}{x_i}\right)^2\left(1+\frac{y}{y_i}\right)\left(1-\frac{x}{x_i}\right)$$

从板的经典理论可知薄板的应变为

$$[\varepsilon]=-z\begin{bmatrix}\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}\\ \dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2}\\ 2\dfrac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\end{bmatrix}=[B][\delta_e]=[B_i \quad B_j \quad B_m \quad B_p][\delta_e] \tag{4.30}$$

式中

$$[B_i]=-z\begin{bmatrix}\dfrac{\partial^2 N_i}{\partial^2 x} & \dfrac{\partial^2 N_{x_i}}{\partial x^2} & \dfrac{\partial^2 N_{y_i}}{\partial x^2}\\ \dfrac{\partial^2 N_i}{\partial y^2} & \dfrac{\partial^2 N_{x_i}}{\partial y^2} & \dfrac{\partial^2 N_{y_i}}{\partial y^2}\\ 2\dfrac{\partial^2 N_i}{\partial x\partial y} & 2\dfrac{\partial^2 N_{x_i}}{\partial x\partial y} & 2\dfrac{\partial^2 N_{y_i}}{\partial x\partial y}\end{bmatrix}$$

于是，单元刚度矩阵可以写成

$$[k_e]=\iint_A[B]^{\mathrm{T}}[D][B]\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{4.31}$$

4.2.3 矩形薄壳单元的刚度矩阵

如上述，把平面应力与弯曲应力加以组合后，矩形薄壳单元的节点位移和节点力分别是

$$\begin{aligned}[\delta_i]&=[u_i \quad v_i \quad w_i \quad \theta_{x_i} \quad \theta_{y_i} \quad \theta_{z_i}]^{\mathrm{T}}\\ [F_i]&=[U_i \quad V_i \quad W_i \quad M_{x_i} \quad M_{y_i} \quad M_{z_i}]^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{4.32}$$

θ_{z_i}、M_{z_i}为一虚拟转角和虚拟弯矩。引入这两个量主要是便于把局部坐标的刚度矩阵转化为整体坐标的刚度矩阵，并集合成整体刚度矩阵[62]。

节点力和节点位移之间的关系是

$$[F_i \quad F_j \quad F_m \quad F_p]^{\mathrm{T}} = [k][\delta_i \quad \delta_j \quad \delta_m \quad \delta_p]^{\mathrm{T}} \tag{4.33}$$

式中$[k]$是在组合应力状态下的单元刚度矩阵。由于平面应力状态下的节点力与弯曲应力状态下的节点位移互不影响，弯曲应力状态下的节点力与平面应力状态下的节点位移也互不影响，所以组合应力状态下的单元刚度矩阵$[k]$的子矩阵可以写成如下形式：

$$[k_{rs}] = \left[\begin{array}{cc|ccc|c} \multicolumn{2}{c|}{\multirow{2}{*}{$[k_{rs}^{p}]$}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \multicolumn{2}{c|}{} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & \multicolumn{3}{c|}{\multirow{3}{*}{$[k_{rs}^{b}]$}} & 0 \\ 0 & 0 & \multicolumn{3}{c|}{} & 0 \\ 0 & 0 & \multicolumn{3}{c|}{} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \tag{4.34}$$

式中$r,s = 1,2,\cdots,n$，为弹性体被划分的节点数，子矩阵$[k_{rs}^{p}]$和$[k_{rs}^{b}]$分别是平面应力问题和薄板问题的相应子矩阵。

(4.34)式是在单元的局部坐标系中得到的。它与整体坐标中的刚度矩阵中的子矩阵的关系是

$$[k'_{rs}] = [\lambda][k_{rs}][\lambda]^{\mathrm{T}}$$

式中$[\lambda] = \begin{bmatrix} t & 0 \\ 0 & t \end{bmatrix}$，$[t] = [e_1 \quad e_2 \quad e_3]$。其中$e_1, e_2, e_3$分别是局部坐标系$Oxyz$中的$x,y,z$轴在整体坐标系$O'x'y'z'$中的单位矢量。集合该子矩阵，即可得出整体坐标系中矩阵单元的刚度$[k'_{rs}]$，由此得到整个壳体的整体刚度矩阵$\sum_{e=1}^{n_e}[k'_{rs}]$。

在本书中，计算换能器的振动模态等动力学问题，采用集中质量矩阵，即假定单元的质量集中在它的节点上，这样得到的质量矩阵是对角线矩阵。

矩形薄壳单元的集中质量矩阵为

$$M^e=\frac{W}{4g}\left[\begin{array}{cccccc|cccccc|cccccc|cccccc}
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
\hline
0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
\hline
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
\hline
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0
\end{array}\right]$$

这是略去转动项质量，仅由线位移对应的质量而得出的。

§4.3 弯张换能器中块体的有限元模型

采用8节点三维等参单元。取位移 u,v,w 的插值公式为

$$\begin{aligned}
u &= \sum_i N_i u_i \\
v &= \sum_i N_i v_i \qquad\qquad i=1,2,\cdots,8 \qquad\qquad (4.35)\\
w &= \sum_i N_i w_i
\end{aligned}$$

式中 u_i,v_i,w_i 为节点位移值；$N_i(\xi,\eta,\zeta)$ 为在局部坐标系 $O\xi\eta\zeta$ 中的形状函

数。再取坐标变换公式为

$$\begin{aligned} x &= \sum_i N_i x_i \\ y &= \sum_i N_i y_i \qquad\qquad i = 1,2,\cdots,8 \\ z &= \sum_i N_i z_i \end{aligned} \tag{4.36}$$

式中 x_i, y_i, z_i 为节点坐标值，是将坐标系 $Oxyz$ 中的曲边六面体，通过形状函数 $N_i(\xi,\eta,\zeta)$ 变成坐标系 $O\xi\eta\zeta$ 的立方体。

(4.35)式、(4.36)式中形状函数表达式为

$$N_i = \frac{1}{8}(1+\xi_i\xi)(1+\eta_i\eta)(1+\zeta_i\zeta)$$

式中 ξ_i, η_i, ζ_i，为相应节点在坐标系 $O\xi\eta\zeta$ 中的坐标值。

应变矩阵$[B]$为

$$[B] = [B_1 \quad B_2 \quad B_3 \quad B_4 \quad B_5 \quad B_6 \quad B_7 \quad B_8]$$

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{\partial N_i}{\partial z} \\ \dfrac{\partial N_i}{\partial y} & \dfrac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \dfrac{\partial N_i}{\partial z} & \dfrac{\partial N_i}{\partial y} \\ \dfrac{\partial N_i}{\partial z_i} & 0 & \dfrac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix}$$

刚度矩阵 $[k] = \iiint [B]^{\mathrm{T}}[D][B][J]\mathrm{d}\xi\mathrm{d}\eta\mathrm{d}\zeta$，$[J]$ 为雅可比阵。

程序计算中，块体单元同样也是采用集中质量矩阵。

§4.4　弯张换能器的性能参数

可由 4.1 节所得到的运动方程，求得换能器的共振频率、反共振频率及其相应振型的有效耦合系数、电导纳。

4.4.1 共振频率

4.1 节中已导出了换能振动系统整体运动方程

$$[M][\ddot{\delta}]+[K][\delta]=[P]\cdot\frac{nI}{l}+[F] \tag{4.37}$$

在空气中振动时，$[F]=0$。

换能器的共振频率 f_{ri}，即是电端开路时的自由振动频率。求解广义特征值问题

$$([K]-\lambda[M])[\delta]=0 \tag{4.38}$$

即得到共振频率 $f_{ri}=\frac{\omega_i}{2\pi}=\frac{\sqrt{\lambda_i}}{2\pi}$ 和相应振型$[\delta_i]$。

4.4.2 反共振频率

反共振频率 f_{ai}，即是对应电端短路时的共振频率。

因为 $$\oint H_3\mathrm{d}l=nI$$

将(4.6)式第二式代入上式，得 $\frac{1}{\mu_{33}^s}\int_0^l(B_3-e_{33}\epsilon)\mathrm{d}l=nI$，而 $E=\mathrm{j}\omega nB_3A$，有

$$\frac{El}{4\cdot\mathrm{j}\omega nA}-\int_0^l e_{33}[B][\delta_e]\mathrm{d}l=nI\mu_{33}^s \tag{4.39}$$

实际研制中，换能器由 4 根稀土棒驱动，这 4 根棒绕线圈串联连接，总驱动电压为 E。

由 $[B][\delta_e]=[\delta_e]^{\mathrm{T}}[B]^{\mathrm{T}}$

(4.39)式又可写为

$$\frac{El}{4\cdot\mathrm{j}\omega nA}-\frac{1}{A}[\delta]^{\mathrm{T}}[P]=nI\mu_{33}^s$$

即

$$\frac{El}{4\cdot\mathrm{j}\omega nA}-\frac{1}{A}[P]^{\mathrm{T}}[\delta]=nI\mu_{33}^s$$

$$E=4\cdot\mathrm{j}\omega\left(\frac{n^2A}{l}I\mu_{33}^s+\frac{n}{l}[P]^{\mathrm{T}}[\delta]\right)$$

$$=4\cdot\mathrm{j}\omega\left(\frac{n^2A}{l}I\mu_{33}^s+\frac{n}{l}\cdot[p]^{\mathrm{T}}[\delta]\right)$$

由前面，可知 $[g]^{\mathrm{T}}=\frac{n}{l}\cdot[P]^{\mathrm{T}}$，则

$$E = 4 \cdot \mathrm{j}\omega\left(\frac{n^2 A}{l} I \mu_{33}^{s} + [g]^{\mathrm{T}}[\delta]\right) \tag{4.40}$$

令 $L_0 = 4 \cdot \frac{n^2 A}{l} \mu_{33}^{s}$，$L_0$ 实际为线圈不考虑涡流磁致损耗时四根线圈的总静态电感量。

电端短路时，$E = 0$，可推出

$$I = -\frac{4[g]^{\mathrm{T}}[\delta]}{L_0}$$

将上式代入(4.37)式中，得

$$[M][\ddot{\delta}] + [K]'[\delta] = 0 \tag{4.41}$$

式中 $[K]' = [K] + [g][g]^{\mathrm{T}} \cdot \frac{4}{L_0}$

求解广义特征值问题

$$([K]' - \lambda_n[M])[\delta] = 0$$

即得反共振频率

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{\sqrt{\lambda_n}}{2\pi}$$

4.4.3　电阻抗

联立(4.19)式和(4.40)式。已知驱动电流 I，解(4.19)式可得到节点振幅 $[\delta]$，将其代入(4.40)式，得到换能器的电阻抗

$$Z = \frac{E}{I} = \mathrm{j}\omega(L_0 + 4 \cdot [g]^{\mathrm{T}}[\delta]/I) \tag{4.42}$$

当然，这样得到的是不计涡流损耗的电阻抗。

4.4.4　有效机电耦合系数 k_e

它是衡量换能器在能量转化过程中，磁机能量互相耦合的一个物理量。对磁致伸缩换能器来说，其有效机电耦合系数 k_e 大小为[63,64]：

$$k_e^2 = 1 - \left(\frac{f_{mi}}{f_{ni}}\right)^2 \tag{4.43}$$

式中 f_{mi} 为开路共振频率；f_{ni} 为短路共振频率，亦即反共振频率。

一般来说，换能器的耦合系数低于有源材料的耦合系数。这是因为

(1)漏感，主要由线圈和有源材料之间的缝隙引起。

(2)有源材料的末端(与外部磁路材料相接触处)产生的磁阻。

(3)铁块内部存在的涡流损耗。

(4)由于驻波导致的磁致伸缩棒中应变分布得不均匀。

(5)换能器各组件中存储的弹性应变能。

小结

本章建立了Ⅶ型弯张换能器各组件有限元模型。通过对换能器各组件有限元单元中能量分析,导出了磁致伸缩换能器有限元设计的动力学方程以及换能器相关性能参数的诸表达式。本章所建立的有限元理论,同样适用于一般磁致伸缩换能器。

第 5 章　Tonpilz 换能器的设计及实验研究

本章从 Terfenol 棒的分割、偏磁场及预应力的施加、换能器的振动模态等各个方面对 Tonpilz 换能器进行了设计计算和分析，对研制的换能器的谐振频率及其他声性能参数[65]做了实验研究。

§5.1　Tonpilz 换能器的设计

传统的等效线路设计法可利用(3.2)式及(3.3)式进行设计计算，由于这两个频率方程计算量较大，实际中可用计算机语言编程进行辅助设计计算。传输矩阵设计法可利用 3.2 节中所编的计算程序来完成。由于传输矩阵设计法是建立在各振动部件等效网络的基础上，因而，传统的等效线路设计法和传输矩阵设计法的计算结果是一致的。

计算中，取换能器各组件的性能参数及尺寸为：

铝合金(材料代号为 LC4)：$\rho_A=2.79\times10^3\,kg/m^3$，$C_A=5.15\times10^3\,m/s$，$l_A=18mm$，$r_1=35mm$，$r_2=42mm$。

铁：$\rho_F=7.7\times10^3\,kg/m^3$，$C_F=5.18\times10^3\,m/s$，$l_F=10mm$。

Terfenol 棒：$\rho_T=9.25\times10^3\,kg/m^3$，$C_T^H=2.297\times10^3\,m/s$(恒定磁场强度时)，$l_T=76.4mm$。

不锈钢：$\rho_S=7.91\times10^3\,kg/m^3$，$C_S=5.0\times10^3\,m/s$，$l_S=38mm$。

由上，算得 Tonpilz 换能器在不同情形时的谐振频率如下

(1)不考虑预应力螺栓时，算得换能器的谐振频率为 2.896kHz。

(2)考虑预应力螺栓时，算得换能器的谐振频率为 3.203kHz。

在本章的 5.4 节中，还用有限元法作了计算，并得到了 Tonpilz 换能器的振动模态。

§5.2　Tonpilz 换能器中 Terfenol 棒的分割

按照 2.2 节的分析，要使稀土棒能在较高频率工作，又能减小涡流损耗，必须对棒沿其轴向进行开缝切割。

稀土棒在 12MPa，300Oe 条件下的磁导率 μ 为 13.5。如果不切割时，由(2.1)式，可求得 $\phi=10mm$ 的 Terfenol 棒对应的极限工作频率为 440Hz。将该棒中间

留余 $r=2$mm 实心体，其他部分沿径向开缝均匀切割为 4 等份，后对切缝通过环氧树脂真空灌注，以增加材料的强度和恢复结构上的完整性。经这样处理后的稀土棒极限工作频率可达 2.76kHz。

§5.3 Tonpilz 换能器偏磁场及预应力的施加

偏磁场的施加方法一般有两种，即线圈激磁法和永磁法。线圈激磁法是用通电线圈产生磁场；永磁法是在稀土棒的两端或环绕稀土棒中间放入高能级的永磁材料。采用前种方法施加偏磁场，易于构成闭合磁路，偏磁较均匀，但产生额外铜损。后种方法施加偏磁场，可避免铜损，却难以形成闭合磁路，偏磁也不均匀。所以，比较起来，第一种方法可增加换能器的有效耦合系数，却相应减小电声效率；第二种方法可增加换能器的电声效率，却相应减小有效耦合系数。

本书中之所以采用第一种方法，还有一个原因：研制的弯张换能器要工作在不同的入水深度，因而就要施加不同的偏磁场，只有通电线圈才能做到这点。

对超磁致伸缩元件加预应力的目的与压电陶瓷元件加预应力目的有所不同，它不仅仅是为了防止机电疲劳或破损应力的产生，更重要的是使元件发挥出高能量密度的潜力，保证高能级的转换。施加预应力方法也有好几种，施加时要保证数量合适、分布均匀，若不然，会产生有害的多谐振动。

这里采用对称周向螺杆加压法，即在与磁致伸缩元件相垂直的径向方向上，通过两根螺杆施加预应力，如 3.1 节图 3.1 所示。

绕于稀土棒上的线圈设计匝数 $n=500$，线圈的长度 $l_0=68$mm，两个线圈串联连接，两根棒之间构成一闭合磁路。要产生 300Oe 的偏磁场，则所需直流电大小为

$$I_0=\frac{l_0H_0}{N}=0.068\times\frac{1000\times300}{4\pi\times500}\approx3.25(\mathrm{A})$$

由 2.1 节的分析，加于每根稀土棒两端的预应力应为 12MPa，则总共在换能器棒两端应施加的力值为

$$F=12\times2\times S=192(\mathrm{kg})$$

式中，S 为单根稀土棒的横截面面积。

此次实验在长春实验机研究所研制的型号为 CSS-1110 的电子万能实验机上完成装配，该机一方面能实时显示所加的压力值，另一方面又能控制施加压力速度。本实验中，施加的压力载荷速度为 0.3mm/min。

§5.4　有限元法分析 Tonpilz 换能器的振动模态

根据 4.1 节的理论，本章中用有限元方法计算了 Tonpilz 换能器的纵向振动谐振频率。

将该换能器总划分为 1134 个单元，分别由三维 8 节点等参块体单元和杆单元组成，考虑预应力螺栓的存在。

取 Terfenol 棒的声速为 $C=C^H=2.297\times10^3\text{m/s}$ 时，纵振谐振频率计算值为 3.337kHz。该换能器谐振时的纵向振动模态如图 5.1 所示。

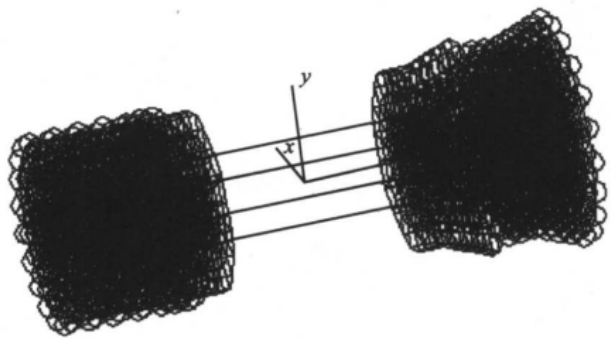


图 5.1　Tonpilz 换能器的谐振模态

§5.5　Tonpilz 换能器性能测试

5.5.1　换能器的性能测试

在小信号情况下，用 HP4294 型阻抗分析仪对 Tonpilz 换能器进行了性能测试。如图 5.2 及图 5.3 所示，两者分别为换能器在水中及空气的阻抗圆图。测试时，所加的偏磁直流为 1.5A。

测得该换能器在空气中的谐振频率为 3.4945kHz，水中为 3.3534kHz。由换能器在水中和空气中的阻抗圆图，可求出磁致伸缩换能器谐振频率附近处，换能器各参数及效率、带宽等量。

电端夹紧电阻：
$$R_c=R_{dc}+R_e \tag{5.1}$$
式中 R_{dc} 为换能器线圈的直流电阻；R_e 为涡流损耗电阻。

夹紧电抗 L_c：
$$X(f_\text{w})=2\pi f_\text{w}L_c \tag{5.2}$$
与辐射导、机械损耗导相关的公式为
$$R(f_\text{w})=R_b+\frac{1}{G_\text{w}+G_m} \tag{5.3}$$

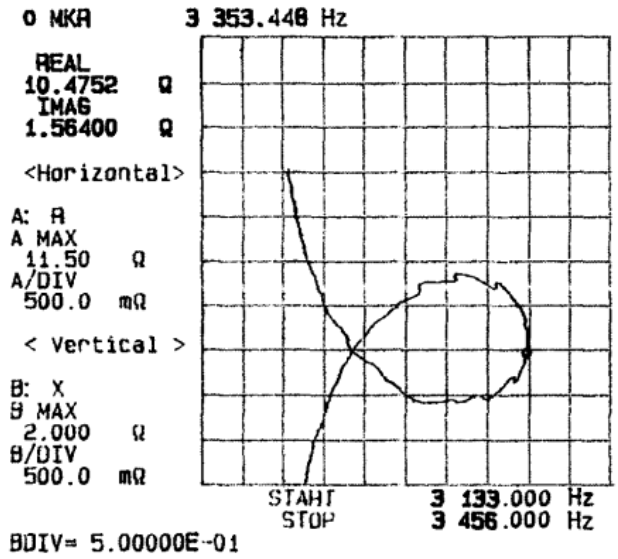


图 5.2 Tonpilz 换能器在水中的阻抗圆图

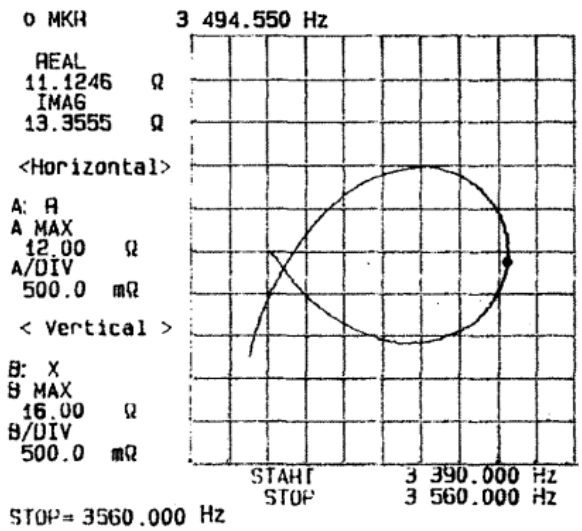


图 5.3 Tonpilz 换能器在空气中的阻抗圆图

$$\text{电声效率：}\eta_{ea}=\frac{D_W}{R(f_W)}\times\frac{D_A-D_W}{D_A} \tag{5.4}$$

式中 D 表示换能器阻抗圆图直径；角标 A 为空气中的；角标 W 为水中的。

$$\text{机声效率：}\eta_{ma}=\frac{G_W}{G_W+G_m}=\frac{D_A-D_W}{D_A} \tag{5.5}$$

$$\text{机械品质因数：}Q_A=\frac{f_A}{\Delta f_A},\ Q_W=\frac{f_W}{\Delta f_W} \tag{5.6}$$

动态电容 C_m：
$$Q_A=\frac{\omega C_m}{G_m+G_W} \tag{5.7}$$

动态电感 L_m：
$$\omega_A=\sqrt{\frac{1}{L_mC_m}} \tag{5.8}$$

式中 ω_A 为空气中换能器谐振时的角频率。

有效耦合系数：
$$k_e=\sqrt{\frac{L_m}{L_c+L_m}} \tag{5.9}$$

可算得在小信号下 Tonpilz 换能器的性能参数为

$$\eta_{ea}=6\%,\ \eta_{ma}=30\%,\ Q_A=41,Q_W=10.3,\ k_e=0.33。$$

5.5.2　设计结果与测试误差分析

3.1 节中提到，在短路状态下且不考虑预应力螺栓影响时，用等效电路法和传输矩阵法算得换能器的谐振频率为 2.896kHz，与实际测试值的误差为 17.1%；考虑预应力螺栓影响时，算得的换能器的谐振频率为 3.203kHz，误差为 8.3%。用 5.4 节有限元法计算的误差较小，为 4.5%。

由此可见，传统设计方法与有限元法的设计结果是略有不同的，用有限元法设计要更接近实际值。究其原因，首先是由于在 Tonpilz 换能器结构中，Terfenol 棒与前后铁块相接触处，这两根棒截面面积之和与铁块面积相差 22 倍，相差较大，有一定的突变，在这里应力、应变较集中，边界条件并不很连续。传统设计方法并没能考虑到这一点，但有限元法却考虑到了。其次，有限元法考虑了换能器纵向和横向之间的耦合，无论低频振动时，该耦合是多么的小。这也是有限元法与传统设计法的区别之处。

有限元设计法中，采用单元的集中质量矩阵来进行计算，这样算出的谐振频率将低于系统实际的谐振频率值。

如果线圈外面加纯铁套筒（套筒也要开缝以抑制涡流损耗），可减少漏磁损耗，效率会再提高[66]。

另外，整个理论设计频率值要小于实测值，是因为不论是用有限元法，还是用传统设计法，都未能考虑螺栓加给换能器预应力的影响。

小结

本章阐述了在 Tonpilz 换能器的实际研制过程中，Terfenol 棒的径向开缝切割、预应力及偏磁场的施加等具体问题。选择最佳的工作点时，所加偏磁场的大小必须与稀土棒的磁致伸缩特性及预应力的大小联系起来综合考虑同时给出了用有限元设计法的计算结果，并对小信号工作下 Tonpilz 换能器的性能参数作了测试。

第 6 章　换能器的流固耦合方程及其辐射声场的计算

结构体在水下的振动与声辐射比在空气中的情形要复杂得多。因为存在有水介质与结构体振动的耦合问题。用解析的方法来求解此类稍微复杂一些的流固耦合问题往往显得无能为力。

随着科学技术的发展，计算机的容量和运行速度不断提高和加大，这为数值计算技术的发展提供了先进的手段。目前，对复杂结构体的振动与声辐射的理论研究工作，主要也是通过计算机作数值计算来完成的。

有限元与边界元各有优点和局限性。因此，有些工程问题单用一种方法不易求解。将这两种方法结合起来，对整个解域的不同部分分别采用更为合适的方法联合求解，便充分发挥了两种方法的优点，扩大了适用范围。

在许多实际问题中，一般将求解域子域化。采用不同的离散方法处理不同的子域，采用不同的数值方法建立不同子域上的代数方程组并联立求解。对于振动声辐射问题，一般将结构部分用有限元离散，将声流体介质按边界元法处理。

由于边界元法提供了描述无限区域的适当条件，所以有利于处理高应力或高势梯度存在的区域，而有限元法适于处理区域的其他部分，如分层连续体、各向异性和非线性材料等。因此，根据区域实际几何形状和边界条件，在不同子域中采用有限元法或边界元法进行处理是十分必要的。

有限元法将区域离散为有限个单元，在每个单元上进行插值。边界元法仅涉及区域表面，即在表面上划分单元，在这些单元上采用插值函数表达其表面特性，然后结合作用于区域上的控制微分方程给出解答。边界元法所产生的方程仅对表面上的点采用数值方法求解，而对区域内部点的值可由得出的表面上的解值进行计算。

通常，求解有限域的声场，用有限元法和有限差分法，无限域的声场则用边界元法[67~70]。本章采用有限元法和亥姆霍兹积分方程相结合的方法，对积分方程直接进行离散化，不需要像纯粹的有限元法那样在计算声场时必须把无限的声介质空间看成是有边界的有限区域，再把此有限区域划分成若干有限单元来计算[71,72]，这种方法实际上就是边界元法的思想。

§6.1　流固耦合有限元动力学方程的建立

正如在第 4 章中所述，因弯张换能器上下盖板与壳体之间有橡胶垫密封，故可

将壳体视为自由边界条件，即两盖板并不参与壳体的振动，因而并不影响换能器的振动模态。建立流固耦合方程时，只考虑壳体与周围水介质的相互作用。

6.1.1　亥姆霍兹积分方程的应用

对具有光滑表面 S 的声辐射体，它的外部域为 B'，内部域为 B，经典的亥姆霍兹积分方程可表为[67]

$$C(P)\phi=\iint_{(S)}\left[\phi(Q)\frac{\partial\varphi(P,Q)}{\partial n}-\varphi(P,Q)\frac{\partial\varphi(Q)}{\partial n}\right]\mathrm{d}S+4\pi\phi^{I}(P) \tag{6.1}$$

式中 ϕ 为速度势，对简谐波满足亥姆霍兹微分方程

$$\nabla^2\phi+k^2\phi=0$$

函数 φ 为自由空间的格林函数(Gree's function)

$$\varphi(P,Q)=\exp[(-\mathrm{j}kR(P,Q)]/R(P,Q)$$

其中 $R\equiv|P-Q|$，Q 为 S 面上的任意一点，P 可在 B 域中，也可在 S 面上，或在 B' 域中，这时的 $C(P)$ 分别取值为 0，2π 和 4π；$\phi^{I}(P)$ 为入射波。

在声辐射体外表面上，由欧拉公式及声无旋场的性质[68]，有

$$\varphi_S=\frac{1}{\mathrm{j}\omega\rho}P_S,\quad\left(\frac{\partial\phi}{\partial n}\right)_S=-\dot{w}_S,\quad\dot{w}_S=\mathrm{j}\omega w_S \tag{6.2}$$

式中角标 S 代表换能器壳体表面；w_S，$\dot{w}_S$ 分别表示壳体表面法向振动位移和振动速度。

考虑没有其他入射波存在的情形，将(6.2)式代入(6.1)式中，可得到声辐射体的表面声压 P_S 与表面法向位移 w_S 的关系为

$$2\pi P_S(x_0,y_0,z_0)=\iint_S P_S(x,y,z)\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}}{R}\right)\mathrm{d}S-\rho\omega^2\iint_S\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}}{R}w_S(x,y,z)\mathrm{d}S \tag{6.3}$$

式中 P_S 为辐射体表面任意一点 (x_0,y_0,z_0) 处的声压，S 是整个辐射体的光滑外表面；$R=\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2}$。

所考虑的弯张换能器的外表面实际上并非是光滑曲面。在上下盖板的边缘，外表面没有唯一的面法向矢量。因此，可引用具有棱角的闭合曲面上的亥姆霍兹积分方程的应用公式[73]，即

$$\begin{aligned}&\left[4\pi+\iint_S\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{R}\right)\mathrm{d}S\right]P_S(x_0,y_0,z_0)\\&=\iint_S P_S(x,y,z)\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}}{R}\right)\mathrm{d}S-\rho\omega^2\iint_S\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}}{R}w_S(x,y,z)\mathrm{d}S\end{aligned} \tag{6.4}$$

6.1.2 换能器在水中振动方程的建立

弯张换能器置于水介质中辐射声波时，它的外表面均将受到声压的作用。如第 4 章所述，将换能器壳体划分为 4 节点矩形薄壳单元，并设第 m 个单元上任意一点的法向位移、法向振速及声压分别为

$$\begin{aligned} w^m &= [N^m][\delta_e^m] \\ \dot{w}^m &= \mathrm{j}\omega[N^m][\delta_e^m] \\ p^m &= [N'^m][p_e^m] \end{aligned} \tag{6.5}$$

式中$[N^m]$为平板矩形弯曲单元的形状函数矩阵；$[\delta_e^m]$为该单元的节点位移列阵；选用 N'^m 为平面矩形单元的形状函数。

对(6.4)式进行有限单元离散处理，得

$$\begin{aligned} &\left[4\pi + \sum_M \iint_{S^m} \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{R^m}\right)\mathrm{d}S^m\right]P_S^m \\ &= \sum_M \iint_{S^m} P^m \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR^m}}{R^m}\right)\mathrm{d}S^m - \rho\omega^2 \sum_M \iint_{S^m} \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR^m}}{R^m} w^m \mathrm{d}S^m \end{aligned} \tag{6.6}$$

式中 P_S^m 为辐射体表面上任一点(坐标为(x_0, y_0, z_0))的声压；P^m 为第 m 个单元上任一点的声压；w^m 为第 m 个单元上任一点的法向位移；S^m 为第 m 个单元的面积；R^m 为点(x_0, y_0, z_0)至第 m 个单元上任一点的距离。

将(6.5)式代入上式，得

$$\begin{aligned} &\left[4\pi + \sum_M \iint_{S^m} \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{R^m}\right)\mathrm{d}S^m\right]P_S^m \\ &= \sum_M \left(\iint_{S^m} \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR^m}}{R^m}\right)[N'^m]\mathrm{d}S^m\right)[P_e^m] - \rho\omega^2 \sum_M \left(\iint_{S^m} \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR^m}}{R^m}[N^m]\mathrm{d}S^m\right)[\delta_e^m] \end{aligned}$$

令

$$C^m = \iint_{S^m} \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{R^m}\right)\mathrm{d}S^m$$

$$[a^m] = \iint_{S^m} \left(\frac{\partial}{\partial n}\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR^m}}{R^m}\right)[N'^m]\mathrm{d}S^m$$

$$[b^m] = \iint_{S^m} \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR^m}}{R^m}[N^m]\mathrm{d}S^m$$

于是得到

$$\left[4\pi+\sum_M C^m\right]P_S^m=\sum_M[a^m][P_e^m]-\rho\omega^2\sum_M[b^m][\delta_e^m]$$

对所有壳体单元，有

$$\left[4\pi+\sum_M C^m\right][P_\Sigma]=[a][P_\Sigma]+[b][\delta]$$

$$\left[4\pi+\sum_M C^m-[a]\right][P_\Sigma]=[b][\delta]$$

记为

$$[d][P_\Sigma]=[b][\delta]$$

则

$$[P_\Sigma]=[d]^{-1}[b][\delta]=[g][\delta] \tag{6.7}$$

式中

$$[d]=\left[4\pi+\sum_M C^m-[a]\right]$$

现将作用于壳体外表面上的声压作为外载荷移置到节点上去。对第 m 个单元，由虚功原理有

$$[\delta_e^m]^{\mathrm{T}}[R_e^m]=-\iint_{S^m}(\delta u^m)^{\mathrm{T}}P^m\mathrm{d}S^m$$

即

$$[\delta_e^m]^{\mathrm{T}}[R_e^m]=-[\delta_e^m]^{\mathrm{T}}\left(\iint_{S^m}[N^m]^{\mathrm{T}}[N'^m]\mathrm{d}S^m\right)[P_e^m]$$

因而在第 m 个单元节点上作用的等效外载荷为

$$[R_e^m]=-\left(\iint_{S^m}[N^m]^{\mathrm{T}}[N'^m]\mathrm{d}S^m\right)[P_e^m]=[Q^m][P_e^m]$$

对所有单元，有

$$[R]=[Q][P_\Sigma]=[Q][g][\delta]=[J][\delta] \tag{6.8}$$

于是，在有水介质作为声负载的情况下，换能器的振动方程将变为

$$[M][\ddot{\delta}]+([K]-[J])[\delta]=[P]\cdot\frac{nI}{l} \tag{6.9}$$

§ 6.2　辐射声场指向性的计算

如图 6.1 所示，采用柱面坐标系。由亥姆霍兹积分公式，在坐标 Oxz 平面上任一点 $P(\rho,\theta)$ 处的声压为

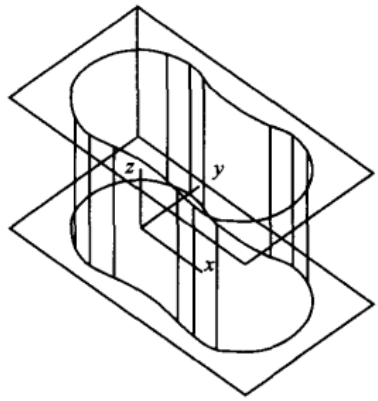


图 6.1 换能器外观结构

$$\left[4\pi+\iint_{(S)}\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{R}\right)\mathrm{d}S\right]P(\rho,\theta)$$

$$=\iint_{S}P_S\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}}{R}\right)\mathrm{d}S-\rho\omega^2\iint_{S}\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}}{R}w_S\mathrm{d}S$$

在有限元法中可写成为

$$\left[4\pi+\sum_{M}\iint_{S^m}\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{R^m}\right)\mathrm{d}S^m\right]P(\rho,\theta)$$

$$=\sum_{M}\iint_{S^m}\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR^m}}{R^m}\right)P^m-\rho\omega^2\sum_{M}\iint_{S^m}\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR^m}}{R^m}w^m\mathrm{d}S^m \tag{6.10}$$

式中由于 $\sum_{M}\iint_{S^m}\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{R^m}\right)\mathrm{d}S^m$ 与 4π 相比很小，可忽略之。

因而，换能器壳体对空间场点的贡献 $P_2(\rho,\theta)$ 为

$$P_2(\rho,\theta)=\frac{1}{4\pi}\left[\sum_{M}\iint_{S^m}\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR^m}}{R^m}\right)[N'^m]\mathrm{d}S^m[P_e^m]\right.$$

$$\left.-\rho\omega^2\sum_{M}\iint_{S^m}\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR^m}}{R^m}[N^m]\mathrm{d}S^m[\delta_e^m]\right] \tag{6.11}$$

场点的声压应是由换能器的上盖板、壳体及下盖板三者的贡献之和，分别用 $P_1(\rho,\theta)$、$P_2(\rho,\theta)$、$P_3(\rho,\theta)$ 表示，则

$$P_1(\rho,\theta)=\frac{1}{4\pi}\sum_{L}\iint_{S^l}\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR^l}}{R^l}\right)[N'^l]\mathrm{d}S^l[P^l] \tag{6.12}$$

式中 N'^l 表示上盖板被分割成为 8 节点三维块体单元的形状函数，l 为上盖板被分割成的块体单元总数目。

同理，下盖板对场点的贡献为

$$P_3(\rho,\theta)=\frac{1}{4\pi}\sum_{N}\iint_{S^n}\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR^n}}{R^n}\right)[N'^n]\mathrm{d}S^n[P^n] \tag{6.13}$$

式中 n 为下盖板被分割成的块体单元总数目。

因而，场点 P 处的声压为

$$P(\rho,\theta)=P_1(\rho,\theta)+P_2(\rho,\theta)+P_3(\rho,\theta) \tag{6.14}$$

对声压进行归一化处理，可得换能器的指向性函数为

$$D(\theta)=\frac{|P(\rho,\theta)|}{\max|P(\rho,\theta)|} \tag{6.15}$$

小结

本章采用具有棱角的闭合曲面上的亥姆霍兹积分方程，结合有限元法，对积分方程直接进行离散，并把作用于换能器壳体外表面上的声压作为外载荷移置到节点上去，导出了换能器在水下的有限元动力学分析方程；通过对积分方程的离散，导出了计算换能器辐射声场的表达式。

第 7 章　弯张换能器的设计理论

换能器的振动模态是指换能器在给定机械边界条件和电学边界条件的情况下，它作简谐振动时所允许的频率和在相应频率下结构各部分的振幅分布图。Ⅶ型弯张换能器的振动，是通过激励棒的纵向振动带动与之紧密相连的弯张壳体做弯曲振动，也就是两者的耦合结果。弯张壳体的振动模态和特征频率是非常重要的，因为它们与换能器的振动模态和特征频率很接近。换能器通过壳体向水中辐射声波，壳体的振动模态对换能器的性能有很大影响。

本章利用 SUPER ALGOR 有限元软件计算了Ⅶ型弯张换能器的振动模态以及换能器的尺寸与呼吸模态频率之间的变化关系；计算了弯张壳体装配位移与作用在壳体上拉伸应力之间的关系曲线；结合 Terfenol 棒的工作特性，从理论上计算弯张换能器在不同水深处，与其对应的工作的偏磁场之间的关系；利用 SYSNOISE大型声学工作站计算了弯张换能器的辐射声场。

§7.1　ALGOR 有限元软件简介

ALGOR 核心代码起源于 1970 年开发的 SAP 程序系统，它是由美国加州大学研制的。ALGOR 软件是在我国工程界十分熟悉的有限元分析软件 SAP5 和 Adina 基础上发展起来的。ALGOR 最早在中国出现的时候被称作为“SUPER SAP”，最初版本是在 PC 机在 DOS 操作系统下运行的。之后，它的版本序列基本上以年份命名，如 SAP91、SAP93 等，仍然在 DOS 环境下运行。直到 1995 年，ALGOR公司推出了在 Windows95 环境下运行的 Windows 版本 ALGOR95，1998 年又推出了全新的基于 Windows95/98 和 WindowsNT 操作系统的全 32 位有限元分析软件 ALGOR98。Windows 系统下的 ALGOR 软件相对于 DOS 系统下的版本，许多特性都有了大的改进，操作更加简单。到 1999 年 1 月，ALGOR 公司推出了 R12 版本，2000 年底，又推出了 R13 版。这个版本改动较大，在界面上使用了集成界面模式；功能上增强了 CAD 输入功能，开发大量的单元，增强了非线性分析，机械事件仿真分析（MES，mechanical event simulation）等。目前，又出现了以多物理场耦合分析为特色的新版本 V14。它引入了多物理场耦合多学科分析功能。ALGOR 作为世界著名的大型通用工程仿真软件，被广泛应用于各个行业的设计、有限元分析和机械运动仿真中。

ALGOR 中专门的 InCAD 模块能够与目前主流的 CAD 软件实现无缝联接，

如 AutoCAD、CADKEY、Pro/E、SolidWorks 和 Solid Edge。它可以输入输出通用格式的 CAD 数据，如 STEP、IGES、STL 以及 ACIS；还可以输入输出 NASTRAN、ANSYS、PATRAN、ABAQUS、FEMAP 和 SDRC 的数据文件，使得 ALGOR软件成为建模方式最为灵活，计算结果能够得到最广泛验证的软件。在后处理方面，ALGOR 软件采用 C++的 OpenGL 开发，在图形显示方面占用内存较小，图形旋转方便、快捷。

ALGOR 基本的分析功能包括结构、流体、热、电磁分析以及目前主流有限元分析软件中最为便捷的多物理场耦合分析：流－固耦合分析和热－结构耦合分析。由于 ALGOR 软件是从 SAP 软件基础上开发出来，其很好的继承了 SAP 的元件化思想，对于同一个模型，不需要重新修改几何模型和网格划分，便可以很方便的在不同分析类型之间切换。

ALGOR 公司在 2005 年 6 月发布了 ALGOR 简体中文版，这是对 ALGOR 系列产品的一个极大的增值改进。ALGOR 最新的国际版软件包括了所有的 V17 版的功能，并增加了如下新功能：多语言支持的图形用户界面和用户手册，包括简体中文、英语、法语、德语、意大利语和西班牙语；基于 Windows 区域设置的自动语言检测功能，用户可方便地选择所需要的语言。

ALGOR 可应用于六种类型的分析，包括：线性静、动力应力分析；非线性分析和事件仿真分析；热传导分析；流体力学分析；电场分析；管道分析。

本章应用 ALGOR 的计算功能，属于第一种类型的分析。

§7.2　弯张壳体的振动模态

7.2.1　呼吸模态

图 7.1(a)是最大外形尺寸为 290mm×130mm×160mm(长×宽×高)，厚度为 10mm 的弯张壳体有限元剖分网格的整体结构示意图，图 7.1(b)是它的 Oxy 平面视图。空气中，弯张壳体可视为处于自由边界条件。

在进行有限元剖分时，壳体部分采用 4 节点薄壳单元，壳体平台采用 8 节点三维块体等参单元。由(4.20)式，弯张壳体遵从有限元动力学运动方程

$$[M][\ddot{\delta}]+[K][\delta]=0 \tag{7.1}$$

实际计算中，将该弯张壳体划分为 840 个薄壳单元和 320 个块体单元。取硬铝的密度是 $2.79\times10^3\,\mathrm{kg/m^3}$，杨氏模量是 $7.15\times10^{10}\,\mathrm{N/m^2}$；泊松比是 0.34。

用 SUPER ALGOR FEAS 有限元软件来进行计算。计算结果表明，这种换能器壳体具有多种振动模态。在众多振动模态中，存在一种是我们预估的呼吸模态。

用上面的数据，算得该壳体的呼吸模态对应的谐振频率为 2.4285kHz，其振

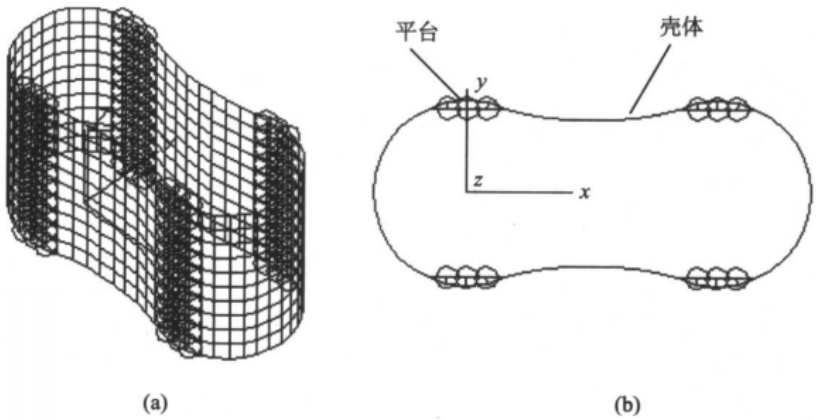


图 7.1 Ⅶ型弯张壳体的有限元模型

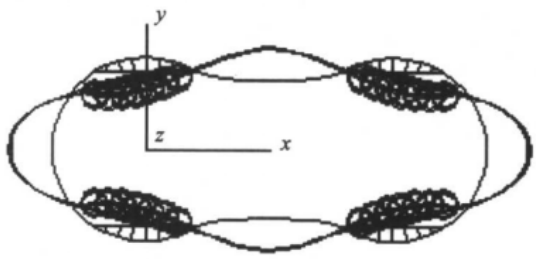


图 7.2 弯张壳体的呼吸模式

型如图 7.2 所示。

图中的粗线表示壳体谐振状态时的位移，细线则表示静止状态。由图中可看出，壳体的主轴和短轴平面为同相振动，这时反相区最小。若由该壳体做成的换能器工作在这个频率上，容积速度将会达到最大，因而，效率也将最高。

7.2.2 呼吸模态与弯张壳体的几何尺寸之间的变化关系

弯张壳体的呼吸模态频率与其长、宽、高各尺寸之间的变化关系的规律，与下节中弯张换能器的呼吸模态频率与其长、宽、高各尺寸之间的变化关系的规律很相似。

§7.3 换能器的振动模态

本节列举了十几种用稀土超磁致伸缩棒为有源材料的Ⅶ型弯张换能器的设计方案，并从中优选出了一个作为实际制作用。同时指出，不是所有类似于Ⅶ型弯张

换能器形状的弹性体都具有理想的主短轴平面同相振动的模态。例如，若将有源元件置于换能器凹部位置时，计算表明，就不存在同相振动的模态。

优选的原则是：在满足所设计的工作频率的前提下，反相区应尽可能地小。

7.3.1　呼吸模态

由(4.20)式，计算了换能器的各振动模态，优选出的尺寸为 280mm×120mm×160mm(长×宽×高)的换能器的振动模态如图 7.3 所示。这是 Oxy 平面视图，换能器的厚度为 10mm。图中的粗线表示壳体谐振状态时的位移，细线则表示静止状态。在诸多模态中，存在一阶呼吸模态，其谐振频率值为 1.829kHz。由图可看出，它的主轴平面和短轴平面是较精确地同相振动，基本上无反位相区。这个频率正是我们寻求的工作频率。

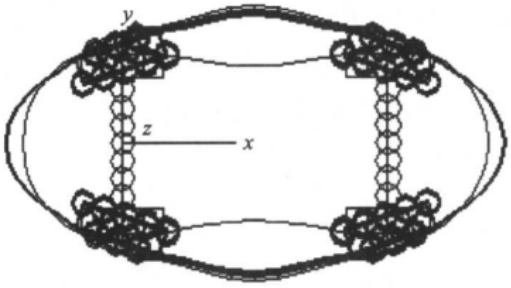


图 7.3　Ⅶ型换能器的呼吸模式

图 7.4 是整个换能器有限元网格划分示意图。实际计算中，将壳体划分为

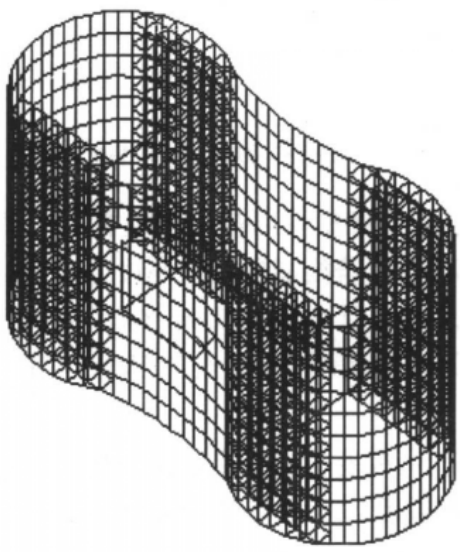


图 7.4　Ⅶ型弯张换能器的有限元网格划分

1130 个有限单元。其中，薄壳单元 840 个；块体单元 290 个；电工纯铁块体单元 320 个；稀土超磁致伸缩棒杆单元 32 个。由于单元数目多，方程阶数很大，每计算一个换能器花费时间相当长。计算中，硬铝的计算参数与 7.2 节相同；电工纯铁的密度是 $7.7\times10^3\,kg/m^3$，杨氏模量是 $20.6\times10^{10}\,N/m^2$，泊松比是 0.28；稀土超磁致伸缩棒的棒长为 77mm，密度是 $9.25\times10^3\,kg/m^3$，杨氏模量是 $4.88\times10^{10}\,N/m^2$。

空气中，换能器处于自由边界条件。

壳体的厚度选为 10mm，虽然厚些，但大深度工作强度高，带宽应较好些。

7.3.2 弯张换能器尺寸与同相振动谐振频率的关系

7.3.2.1 不一定所有尺寸都具有理想的同相振动模态

VII 型弯张换能器的外形大部分是凹面形状。然而，具备这个外形特点的，不一定具有理想的同相振动模态。图 7.5 表示一尺寸为 250mm×123mm×148mm 的换能器(壳体壁厚为 8mm)的同相振动模态振型。不难看出，其在 4 个部分存有反相区，因而这种换能器的工作效率会有所降低。

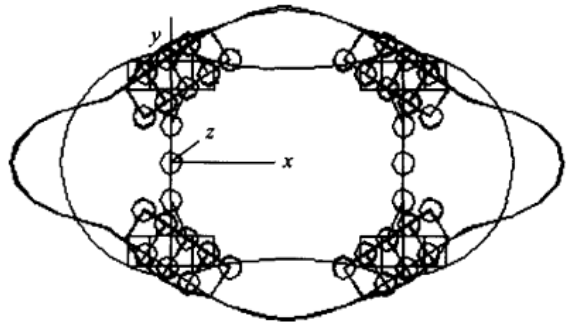


图 7.5 250mm×123mm×148mm 换能器的同相振动模态振型

7.3.2.2 各方向的尺寸与同相振动谐振频率的关系

从设计的十几种换能器方案中可以初略看出如下的规律：

(1) 长、宽、高尺寸不变时，若换能器的壁厚度值增大，则同相振动的谐振频率值也随之增大。图 7.6 表明了尺寸为 250mm×123mm×148mm 的换能器，其同相振动的频率值随厚度的增加而增高，这点与 IV 型弯张换能器的变化规律是一样的[56]。

(2) 厚度不变的情况下，改变长、宽、高之中的任意一个尺寸时，其同相振动模态谐振频率的变化规律可从表 7.1 中看出：三者中任意一个尺寸变小，谐振频率将增高，以高度方向尺寸变化对谐振频率影响为最小。

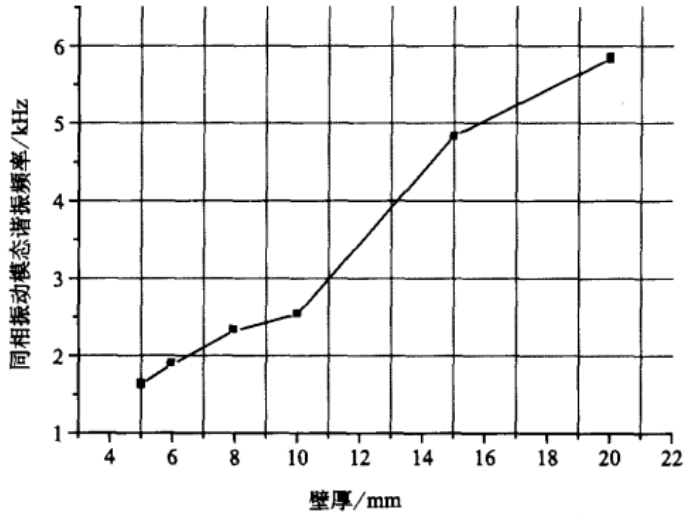


图 7.6　尺寸为 250mm×123mm×148mm 的 Ⅶ 型弯张换能器同相振动模态谐振频率随厚度的变化

表 7.1　同相振动模态谐振频率随尺寸的变化关系

壁厚度/mm	换能器尺寸/mm	谐振频率/kHz
6	280×140×160	1.05
	280×140×120	1.06
	260×140×160	1.11
	280×120×160	1.21
8	280×140×160	1.47
	280×140×120	1.48
	260×140×160	1.11
	280×120×160	1.58
10	280×140×160	1.82
	280×140×120	1.87
	260×140×160	1.98
	280×120×160	1.82

可见，长、宽、高尺寸及换能器的壁厚都对换能器同相振动模态谐振频率有影响，且壁厚的影响最为显著。

上面的结果可作如下解释：长、宽、高尺寸不变时，若换能器的壁厚度值增大，则换能器的刚度增大，谐振频率值会上升；厚度不变的情况下，减小长与宽尺寸，其自由振动的波长缩短，频率也会有所增高；而高度变化基本不影响共振波长，仅对

刚度和共振质量稍有影响。

不一定所有的尺寸都具有理想的同相振动模态，即呼吸模态。因而，实际设计中必须进行优选[74]。

§7.4 换能器装配预应力的计算

为使稀土棒工作在最大潜能状态工作，需要对其施加最佳的预应力[75]（由此调节其相对应的最佳工作偏磁场）。这就引出两个问题：其一，换能器初始装配时（一般在空气中进行），施加于有功元件上的初始预应力如何控制？其二，假设装配好后（设初始装配的预应力为 T_0），随着换能器入水深度的增加，由于 VII 型弯张换能器呈凹形，加于稀土棒上的预应力也将相应增大，稀土棒所需要的最佳工作偏磁场也要随之增加。那么，入水深度与棒上预应力的增加之间有什么关系呢？换句话说，如果要使换能器在不同入水深度都能很好地工作，就必须搞清楚入水深度与稀土棒上预应力的增加之间的变化关系。

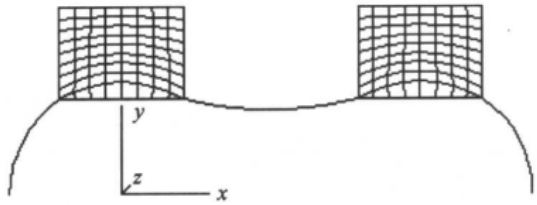
水声弯张换能器加于驱动元件上的预应力，可在壳体的拉伸状态下进行装配后，通过壳体本身的张紧而直接施加。施加预应力的方式及其如何施加的夹具也构成了换能器研究中重要的环节[76]。某些换能器壳体是一闭合曲面，例如，IV 型为椭圆管型；V 型为两个球冠组合而成的，像是蛤壳形；VII 型的环型截面很像一葫芦形状。壳体施加给驱动元件预应力的大小，与壳体的张紧程度（以装配位移来描述）、壳体材料、尺寸等因素有关。如何计算通过弯张壳体施加于驱动元件上的预应力值，多年来未见到这方面的文献报道。这里巧妙地用有限元方法，对 VII 型弯张换能器壳体的装配位移进行了理论计算，并通过初步实验作了验证。

在一定入水深度下，计算稀土棒两端的应力大小时，不能简单地只在初始预应力 T_0 的基础上，增加水的静压力。事实上，由于水静压力的作用，将会导致换能器壳体及其上下盖板产生形变，由此附加于棒上的等效预应力值将大大超过水所作用的静压力值。现利用有限元方法，研究入水深度与稀土棒上预应力的增加之间的变化关系。

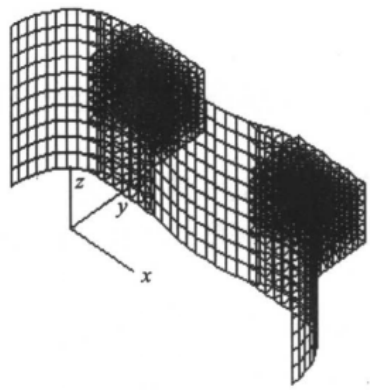
本节中采用的计算方法，也适用于其他任何类型的、任何有功元件的换能器[77]。

如图 7.7(a)所示，VII 型弯张换能器壳体是以 Oxz 平面为对称面的对称形体（这里取其一半），图 7.7(b)是该 1/2 壳体有限元剖分网格示意图。图 7.7(a)为其 Oxy 平面视图，可看出该图中沿壳体轮廓线的外部顶端有两个凸起的平台（平台的尺寸长 55mm，宽 54mm，高 60mm），这是我们为方便拉开壳体并装配驱动元件而专门预留用的（装配完驱动元件后可在机床上车削掉）。驱动元件轴向沿 y 轴方向放置，对应的壳体平台位置各装配两根，共有 4 根，并沿高度方向（z 轴方向）

上下错开，相距 80mm。每根稀土棒的半径为 10mm(驱动元件也可为压电陶瓷堆或其他有源材料)。



(a)



(b)

图 7.7　VII 型弯张换能器 1/2 壳体

因壳体是一对称形体，取 1/2 壳体，并给其边缘加约束条件，就可消除刚体位移。在进行有限元剖分时，壳体采用 4 节点薄壳单元，壳体平台采用 8 节点三维块体等参单元。在将要装配的驱动元件棒与壳体的接触点处，添加与要施加的预应力数值相等、方向相反的集中力载荷 G，整个壳体在沿装配点所施加的拉伸力作用下产生变形。

本书中的 VII 型弯张换能器壳体的最大尺寸为 290mm×130mm×160mm(长×宽×高)，壳体厚度为 10mm，材料为优质航空铝合金(代号为 LD-10)。

将施加的拉伸集中力作为外载荷移置到节点上去，根据虚功原理，有

$$\begin{aligned}[\delta_e^*]^{\mathrm{T}}[R_e] &= [f^*]^{\mathrm{T}}[G] \\ &= [\delta_e^*]^{\mathrm{T}}[N]^{\mathrm{T}}[G]\end{aligned} \tag{7.2}$$

式中$[\delta_e^*]$为图 7.7 中被划分的组成壳体各单元的虚位移列阵；上式等号左边表示作用到单元上的等效节点力$[R_e]$所做的虚功；等号右边表示集中力$[G]$所做的虚功；$[f^*]$为单元的位移函数；$[N]$是单元的形状函数矩阵。

得到

$$[R_e] = [N]^{\mathrm{T}}[G] \tag{7.3}$$

根据表征节点力与节点位移之间关系的刚度方程，组成 1/2 壳体各节点在拉伸集中力作用下产生的位移列阵[δ]可由下式确定

$$[K][\delta] = [R] \tag{7.4}$$

式中[K]为整体刚度矩阵；$[R]=\sum_{e=1}^{n_e}[R_e]$为全部单元的等效节点力；$n_e$ 为壳体划分的单元数；[δ]为由各单元[δ_e]所组成的总位移列阵。输入壳体的材料特性数值，添加与要施加的预应力数值相等、方向相反的集中力载荷 G，并解方程(7.4)，即可得出拉伸集中力作用点处沿 y 方向的位移，即装配位移值 Δy。

实际计算中，将整个 1/2 壳体划分为 420 个薄壳单元和 928 个块体单元。

§7.5 换能器入水深度与偏磁场之间的关系

为使稀土超磁致伸缩棒工作在最大潜能状态，需要对其施加最佳的预应力和由此对应的最佳偏磁场。随着入水深度的增加，加于棒上的预应力增大，则偏磁场亦应随之而增大。

因此，首先要计算出随着入水深度的增加，稀土棒上的预应力变化的规律，然后结合稀土棒的工作特性曲线，即可确定与此相对应的入水深度处最佳工作偏磁场的大小。

7.5.1 入水深度与变化的预应力之间的关系

工作的换能器是加了上下盖板的。同样，为消除刚体位移，取半个整体换能器进行计算，如下图 7.8 所示。在 1/2 换能器半分界面边缘上及稀土棒的端头施加

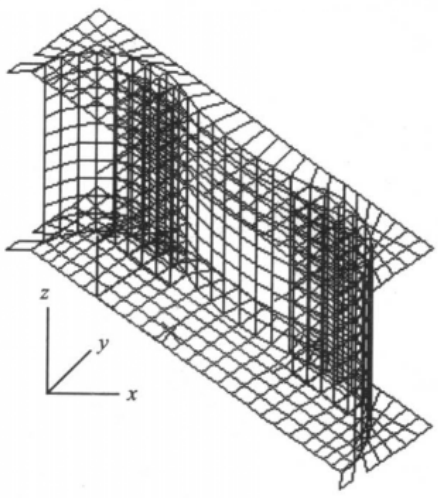


图 7.8 取 1/2 换能器，计算入水深度与加于棒两端等效应力之间的关系

约束条件。

在 hm 深度，换能器外表面受到水的静压表面力（即压强）为 ρgh，利用虚功原理将其移植到组成半个换能器的各单元的节点上去

$$[\delta_e^*]^{\mathrm{T}}[F_e]=\int[f^*]^{\mathrm{T}}[q]\mathrm{d}A$$

$$=[\delta_e^*]^{\mathrm{T}}[q]\iint[N]^{\mathrm{T}}\mathrm{d}A \tag{7.5}$$

式中等号左边表示单元等效节点力$[F_e]$所做的虚功；等号右边表示表面力$[q]$所做的虚功。这里表面力$[q]$为常数，可以提到积分号外面，即

$$[F_e]=[q]\iint[N]^{\mathrm{T}}\mathrm{d}A \tag{7.6}$$

与方程(7.4)一样，各节点在水压表面力作用下产生的位移列阵$[\delta]$为

$$[K][\delta]=[F] \tag{7.7}$$

式中$[K]$为整体刚度矩阵；$[F]=\sum_{e=1}^{n_e}[R_e]$为所取整个弹性体的表面力等效载荷列阵；$n_e$为所划分的单元数。解联立方程(7.6)、(7.7)，可求得棒在所在节点处受到水压表面力作用下产生的位移值 Δl。

稀土棒的位移 Δl 是由于受有附加压应力 ΔP 所致，它与 Δl 的关系为

$$\Delta P=E\frac{\Delta l}{l} \tag{7.8}$$

式中 E 为稀土棒的杨氏模量；l 为稀土棒总长。

(7.8)式即为在 hm 水深处，由于水的静压力所导致的稀土棒上预应力的附加（或增加）值。也就是说，在 hm 水深处，稀土棒上所受到的总的预应力为

$$T=T_0+\Delta p \tag{7.9}$$

根据以上提供的计算方法，计算顺序为：取半个换能器有限元模型→加约束条件→加水静压表面力→计算稀土棒所在节点处位移值 Δl→计算附加压应力 ΔP→算得稀土棒受到的总预应力值。

7.5.2　入水深度与偏磁场的关系

根据方程(7.9)可求得的总的预应力值。稀土棒的工作特性曲线显示，压应力越大，相应的工作偏磁场也越大，这时稀土棒的杨氏模量也随之增大，直至两者都达到饱和状态。

为在一定程度上预测不同压应力下，对棒应加有多大的偏磁场（偏磁直流），可对杨氏模量取一平均值，并参考文献[75]，从理论上求得换能器入水深度与所施加偏磁场（偏磁直流）之间的关系的部分计算值，如表 7.2 所示。

每根稀土棒的直径为 20mm，总长为 80mm，线圈的长度 74mm，两根棒之间构成一闭合磁路。

表 7.2 Ⅶ型弯张换能器入水深度与施加偏磁场之间的关系

入水深度/m	总预应力 T/MPa	偏直电流 I_0/A	偏磁场 H_0/kOe
0	12	3.53	0.3
10	13.58	4.71	0.4
20	15.2	4.95	0.42
50	19.9	7.1	0.6
80	24.6	9.1	0.77
100	27.8	10.5	0.89
150	35.6	14.1	1.2
200	43.5	17.4	1.48
250	51.4	21	1.78
300	59.3	24.7	2.1

表 7.2 可作为该换能器在水中工作情况下的理论参考值。

§7.6 换能器的静态电感

在 4.4 节中求解换能器的反共振频率时，得到不考虑涡流磁致损耗时，4 根线圈总的静态电感为

$$L_0 = 4 \cdot \frac{N^2 A}{l}\mu_{33}^s \tag{7.10}$$

因 4 根线圈串联连接，故单根线圈的静态电感应为 $L_0/4$。

在 2.3 节推导稀土棒的等效电路时，也求出线圈的静态电感表达式为

$$l_0 = \frac{N^2 S}{l}\left[\frac{g_{33}^2}{S_{33}^B} + \frac{1}{\mu_{33}^T}\right]^{-1} \tag{7.11}$$

实际上，$l_0 = L_0/4$。由文献[78]知

$$\nu^s - \nu^T = gh_t = hg_t \tag{7.12}$$

式中，$\mu^T = (\nu^T)^{-1}$；$\mu^s = (\nu^s)^{-1}$；h_t 为压磁系数，它与 g 的关系为

$$h = g/S^B \tag{7.13}$$

考虑稀土棒沿 33 方向，由上面几式可得

$$\frac{1}{\mu_{33}^s} = \frac{1}{\mu_{33}^T} + \frac{g_{33}^2}{S_{33}^B}$$

所以，这两种方法导出的静态电感表达式是一样的，由此也可相互验证。

§7.7　SYSNOISE 有限元软件简介

与结构分析软件相比较，声分析软件较少，有些 CAE 软件虽然带有声分析模块，但往往只能处理较为单一的声学问题。目前最著名的是比利时 LMS Numerical Technologies 公司的振动声分析软件 SYSNOISE。它是一个功能强大、用途广泛、专业性的软件包，集振动设计、缺陷检查、分析预报和优化多种功能为一体的大型综合性软件系统，可计算得到的结果包括声压、辐射功率、质点速度、声强、板块贡献量、能量密度、声-振灵敏度、纯模态、结构挠度等等。根据分析类型的不同，可以建立流体模型，也可以建立结构模型和流体模型相互作用的耦合模型。所建立的模型可以是封闭的，也可以是敞开的。流体材料既可以是均质流体，也可以是多质流体。

7.7.1　SYSNOISE 的功能

结构声辐射：可以计算出物理表面及声场中任意位置的声学参数。

声散射：声波被声场中任何结构反射或衍射。SYSNOISE 可以预报入射波引起的声场与振动级。

空气传递：来自声源的声能被结构反射、吸收和传播。SYSNOISE 可以确定板的传播损失性能、引起的结构振动和结构两边的声场。

载荷振动与声辐射：当给定一组输入载荷，SYSNOISE 可以确定受迫振动响应和引起的声场。

7.7.2　SYSNOISE 的分析方法

SYSNOISE 为处理声与耦合振动声问题提供了可供选择的方法，包括声有限元法(FEM)、无限元法(I-FEM)和间接边界元法(IBEM)。

(1)声有限元法解决内部问题

有限元法分析封闭区域，如换能器壳体内部、壳舱、容器等。它可用来建立声流体模型，包括吸声材料衬里、多孔或渗透性墙和多孔材料；预测共振频率和相应的振动-声模态；在时域或频域计算激励产生的腔体振动响应，同时可以考虑流体的影响因素。

(2)边界元法解决内部和辐射问题

边界元方法在频域或时域内能建立和分析流体模型，适合于内部和外部声场的应用。但边界元只能在声场的边界上，声场内部不能有单元。边界元可以计算结构声辐射，了解任意点频率或暂态响应；研究声辐射，了解声波与刚体或弹性体

的相互作用;确定指向性,借助二维极坐标图或三维球面图观察声场;分析板的贡献量;计算声传输系数和插入的墙管道或消音器的损耗;预测耦合模态;通过灵敏度分析进行优化设计,确定设计变量的最佳值,确定理想的吸声材料特性,确定最理想的结构修正方案以提高声学特性。

(3)无限元法解决声辐射问题

SYSNOISE 用补充的无限元法来预测外部声场、振动-声响应和振动结构灵敏度,也可以解决流体-结构耦合问题,适于应用在多流体介质的场合。

LMS SYSNOISE Rev5.6 新增流体声学计算模块,可以用于分析流体高速流动引起的噪声。

7.7.3 SYSNOISE 一般分析步骤

SYSNOISE 的建模及分析过程一般的步骤为

(1)新建模型;

(2)确定分析类型:FEM、BEM 或 VIOLINS(多层空隙层合板分析模型);

(3)导入模型网格;

(4)对模型网格进行检查:检验是否适合当前的分析模型、检查单元方向是否一致、合并重合结点、生成其他类型的选择集;

(5)定义单元的几何参数;

(6)定义结构材料的属性或流体材料的属性,如材料的密度、弹性模量、声波的速度和泊松比等;

(7)定义边界条件和载荷工况;

(8)定义激励或声源;

(9)若是多模型耦合,需将模型连接起来;

(10)定义求解参数;

(11)计算模型结果;

(12)定义或导入场点网格;

(13)计算场点结果;

(14)计算其他类型的结果;

(15)提取结果;

(16)结果后处理,如查看模型的彩色等值线图、绘制响应函数曲线等。

根据具体的模型,可能会增减以上步骤。

7.7.4 SYSNOISE 的后处理

分析阶段通常产生大量的信息,它们储存在模型数据库中,SYSNOISE 提供所需的工具提取每一种载荷条件或感兴趣的频率范围的预测结果,进而可以用多

种方式处理、观察这些结果。

SYSNOISE 的结果后处理主要分为两类：一类是模型网格和场点网格或场点网格上以彩色等值线图、变形图和矢量场图来查看计算结果，可同时观察有限元网格、边界元网格、场平面网格及结果，可显示四个视图；另一类是在直角坐标下或极坐标下绘制场点或节点上的频响函数(FRT)和时响函数的曲线、表的曲线、辐射功率和功率曲线、模态参与系数曲线、灵敏性分析函数曲线、声压或功率分布曲线，以及功率谱曲线等，甚至可以将暂态 SYSNOISE 结果输出到声音编辑器或音质分析软件进行后处理或回放。

需要注意的是，SYSNOISE 本身并不提供网格划分工具，只能导入其他有限元软件提供的几何网格模型。导入到 SYSNOISE 后，只保留这些有限元网格的空间坐标和单元的空间拓扑结构关系，而单元类型、材料属性、边界条件等需要在 SYSNOISE 中重新定义。SYSNOISE 可以与以下结构分析软件实现直接的数据交换：MAC/NASTRAN、MAC/PATRAN、ANSYS、IDEAS、HYPERMESH、ABAQUS Pro/MECHANICA、FemGV、SYSTUS、StarCD、CFX、Fluent 等。

§7.8　换能器的水下振动及其辐射特性

7.8.1　呼吸模态频率

6.1 节中，导出了换能器在水中有限元动力学运动方程

$$[M][\ddot{\delta}]+([K]-[J])[\delta]=[P]\cdot\frac{nI}{l}$$

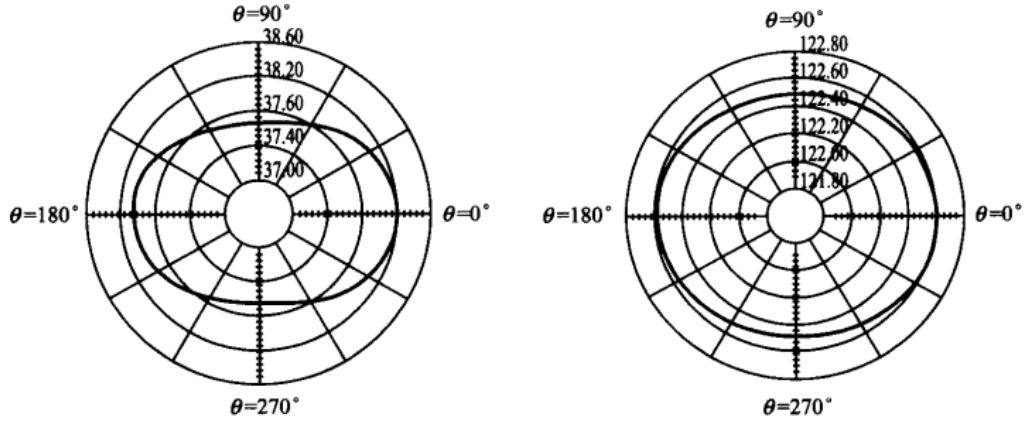
今算得换能器在水中的呼吸模态频率为 1225.8Hz，比空气中的理论值降低了 606.2Hz，即降低了约 33%。

水中，呼吸模态的振型与图 7.2 类似，这里不再给出。

7.8.2　换能器声辐射特性

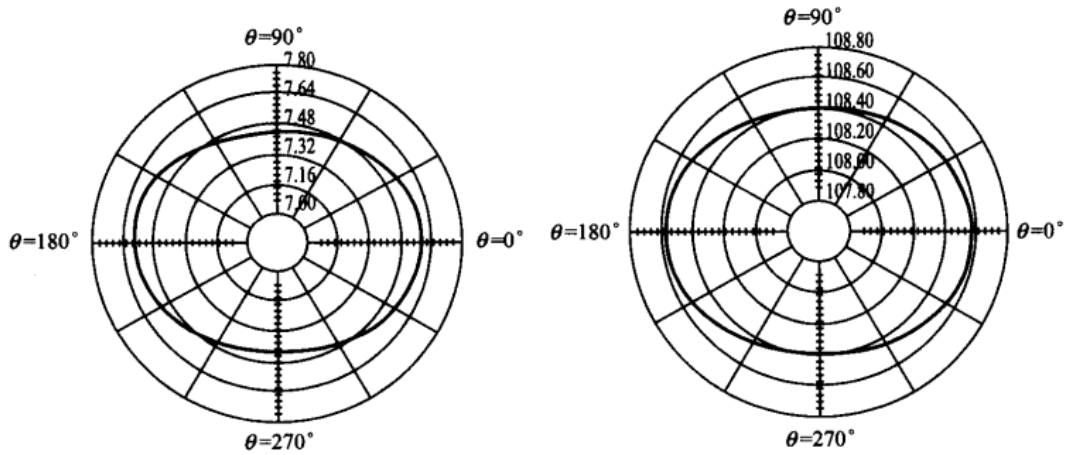
在 MAC/PATRAN 建立研究的 VII 型弯张换能器后，在 SYSNOISE 中经过计算并运行方向性分析 Analysis/Directivity 后，绘制了换能器的指向性图形。

图 7.9 和图 7.10 分别表示距弯张换能器中心 1m 和 5m，以幅值形式和对数形式表示的水平面上的辐射指向性图。指向性图基本上是同心圆，说明换能器为均向辐射。这不难理解：换能器谐振时的 1/4 声波长理论值为 0.3m 左右，大于它自身最大几何尺寸(280mm)，指向性应该呈各向均匀的特点。



(a) 幅值表示　　(b) 对数表示

图 7.9　距换能器中心 $R=1\text{m}$ 处，水平面上的辐射指向性图



(a) 幅值表示　　(b) 对数表示

图 7.10　距换能器中心 $R=5\text{m}$ 处，水平面上的辐射指向性图

§7.9　换能器的功率极限

换能器能辐射出多大的声功率，受机械、电场和热功率容量的制约，而这每个功率容量又分别取决于很多因素。声呐换能器通常是由多个有功(源)元件、声学材料、机械组件组成的。当换能器工作时，机械应力、电应力和热应力又相互影响并转化。所以，目前见到世界上分析换能器的功率容量时，大多给出经验值或是估算值。一则是计算功率容量的公式经过了简化或近似；二则是有功材料本身的耐电、机热的量值离散性很大；三则用复杂的工艺装配而成的有功元件加机械结构的实用换能器之后，再取这些材料的原始数据，或是在小信号线性范围内工作的换能

器的数据来分析它的功率容量，已不够确切。因为实际工作一般处于大功率状态，输出端的信号常常不会再保持规整的线性特性，并且常常会有这样或那样的变形。而且，第三项因素目前还无法定量分析。

这里主要谈谈换能器的电功率极限和机械功率极限。

7.9.1　电功率极限

如图 3.9 所示。换能器处于谐振状态时，谐振角频率为 ω，电路中总电流为 I，如果机声效率为 η_{ma}，则辐射的声功率为

$$P_a = \eta_{ma} \frac{1}{2} | I |^2 \cdot R \tag{7.14}$$

式中 $R = \dfrac{R_w \cdot R_m}{R_w + R_m}$。

储存在换能器中的电场能为

$$U_e = \frac{1}{2} | I |^2 L_C \tag{7.15}$$

磁致伸缩换能器的基本关系式为

$$Q_m = \frac{R}{\omega L_m} \tag{7.16}$$

和

$$\frac{L_m}{L_C} = \frac{k_e^2}{1-k_e^2} \tag{7.17}$$

式中 Q_m 为换能器的机械品质因数；k_e 为其有效耦合系数。

由上面几式，消去电流项，可得

$$P_a = \eta_{ma} \omega Q_m \cdot \frac{k_e^2}{1-k_e^2} U_e \tag{7.18}$$

磁场的峰值为 H_p 时，有源元件中储存的磁场能又可表为

$$\begin{aligned} u_e &= \int_v \frac{1}{2} \mu_{33}^s H_p^2 \mathrm{d}v \\ &= (1-k_e^2) \cdot \int_v \frac{1}{2} \mu_{33}^T H_P^2 \mathrm{d}v \\ &= (1-k_e^2) \cdot u_f \end{aligned} \tag{7.19}$$

式中 u_e 和 u_f 分别为夹紧状态和自由状态时的磁场能量密度。

这样，(7.18)式最终可写为

$$P_a = \eta_{ma} \omega Q_m k_e^2 u_f V \tag{7.20}$$

式中 V 为有源材料的体积。

一般来说，换能器辐射声功率受到限制，反映在电功率极限上，主要是由于换

能器的磁机耦合能量的储存受到限制[79]。所以，要提高换能器的电功率极限，可从选择优良的磁致伸缩材料(高耦合系数、高压磁常数)和磁回路的工艺等方面解决。

7.9.2 机械功率极限

磁致伸缩元件作为机械储能元件，可储存的弹性峰值能量为

$$U_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{|\xi_m|^2}{C_m} \tag{7.21}$$

式中 ξ_m 为有源元件振动位移的幅值；C_m 为换能器的顺性。换能器辐射声功率由下式决定

$$P_a = \frac{1}{2}\xi_m^2 \cdot R_s \tag{7.22}$$

式中 ξ_m 为振动速度幅值；R_s 为辐射阻。辐射阻又可表为

$$R_s = \frac{\eta_{ma}}{\omega C_m Q_m} \tag{7.23}$$

储存在力顺中的峰值弹性能为

$$U_m = \frac{1}{2}\frac{|V|^2}{\omega^2 C_m} \tag{7.24}$$

由以上几式可得到辐射声功率为

$$P_a = \frac{\eta_{ma}\omega U_m}{Q_m} \tag{7.25}$$

式中 U_m 为换能器结构中有应变部分的整体弹性能量密度。可见，声辐射功率受限于 U_m。U_m 又受限于换能器各组件的疲劳强度、线性弹性范围等。从上式还可知，降低换能器的机械品质因数 Q_m，有利于增大辐射声功率。

7.9.3 热功率极限

对磁致伸缩换能器来说，输入到换能器的电功率除了有一部分作为声能量辐射出去以外，还会产生机械损耗、漏磁损耗、涡流损耗、导线本身的铜损，这些最终都会导致换能器发热。换能器工作时要求的水密性极高，热量不能很快地从换能器内部发散出来。虽然声呐换能器是在容积很大的水中工作，但也绝不能忽视产生热破坏的可能性。

一般来说，温度上升，有源材料的电阻率上升，涡流损耗、铜损增大，由此形成恶性循环，后果将导致发射与接收波形发生畸变。当温度高于有源材料的居里点时，将失去磁致伸缩性能而暂时不能工作。

小结

本章对 VII 型弯张换能器从理论上用有限元方法作了设计：计算了弯张壳体、弯张换能器的振动模态，从 10 余种几何尺寸的换能器设计方案中，得到了呼吸模态与其几何尺寸之间的变化规律，并从中优选出一种作为实际研制使用；计算了入水深度与加于稀土棒两端等效预应力、预应力与工作偏磁场之间的关系，为换能器工作偏置点提供了理论参考值；为给稀土棒加一合适的预应力值，计算了弯张壳体拉伸载荷与装配位移之间的关系；最后计算了换能器的辐射声场，得到了辐射声场指向性图。

第 8 章　弯张换能器的实验研究

通过前面几章对弯张换能器的理论分析和数值计算，我们已经对该换能器的振动特性、声辐射特性等有了一定的了解。在这个基础上，可以进行实际设计和加工研制了。为了检验理论计算值与实际值的相符程度，了解换能器动态工作特性，本章有序地对研制的换能器作了一系列的实验研究。

首先，对换能器壳体（带测试平台时，如图 8.1 所示）作了弹性测试。通过实验，知道了在较大的载荷作用范围内换能器壳体能保持弹性变形，也为我们安装换能器，给稀土棒施加一正确的预应力值提供了指导。其次，在机床上车掉测试平台后，对换能器的弯张壳体作了模态测试实验。实验证实了我们预估的呼吸模态的存在。给换能器装配稀土棒及工作线圈后，又对其作了模态测试，并与理论计算进行了比较。再次，给换能器装夹加上下盖板，又对其振动模态进行了测试，以便掌握换能器空气中的呼吸模态频率。当然，最终的装配要注意保持水密性（螺孔、电缆出孔、上下盖板与壳体间等接触部位）。最后，测试了换能器的动态工作特性及其声辐射特性。

§8.1　弯张壳体的弹性测试

为确定壳体两端面位移随拉伸应力的作用规律，本节对壳体作了弹性测试。

8.1.1　测试装置

为了使壳体测试方便，在其两侧预留了 4 个长为 55mm、宽为 54mm、高为 60mm 的平台（位于壳体的高度方向正中）。壳体的实物如图 8.1 所示，测试壳体的弹性装置如图 8.2 所示。各平台有共轴中孔，杠杆穿过该中孔和销子 A，由电子万能实验机通过销子 A 施加拉伸载荷 P（载荷 P 的大小及其施加的速度可由万能实验机智能控制，并通过它的数码显示器直接读出）。杠杆是一根直径为 25mm 的实心钢棒。壳体随拉伸载荷 P 而产生相应的位移形变，电子引伸计可将该位移形变转换为电信号送到 XY-记录仪中，记录出载荷 P 与壳体的位移之间的关系曲线。

电子引伸计型号为 YZU-5010，为冶金部金属材料力学计量站生产。电子万能实验机及与其相配套的 XY-记录仪由长春实验机研究所产，型号为 CSS-1110。销子 A 和杠杆为自加工。

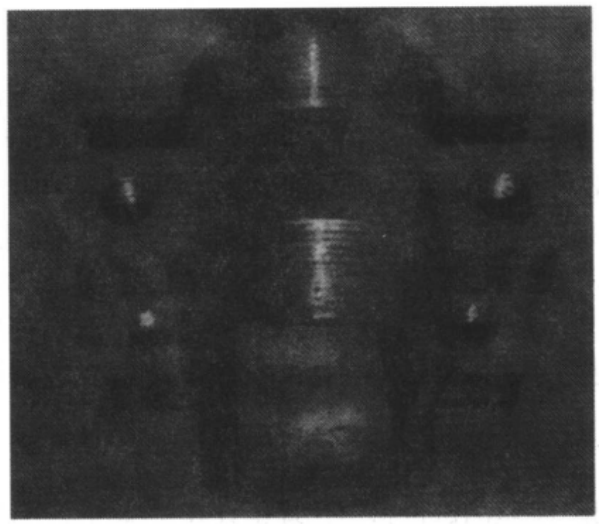


图 8.1　带有测试平台的弯张壳体

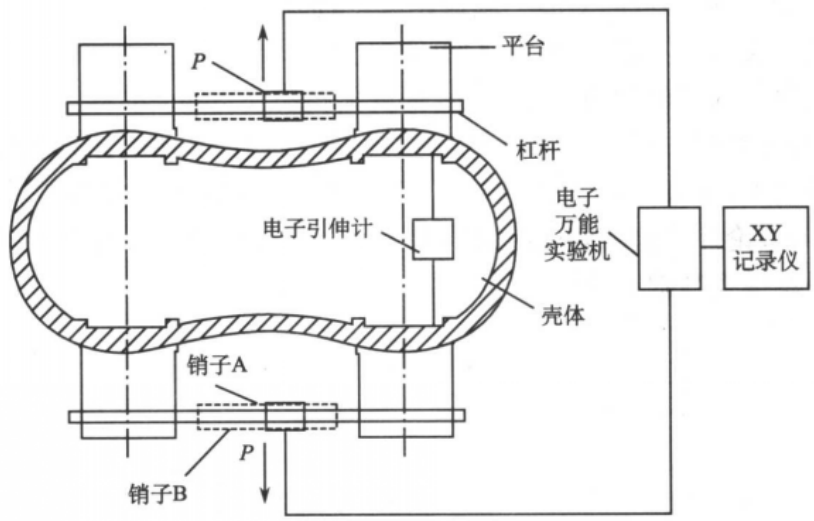


图 8.2　壳体的弹性测试装置示意图

8.1.2　测试结果

壳体弹性测试结果如图 8.3 中“○”所示，并用实线将其连接起来。实验过程中，控制万能实验机施加载荷的作用速度为 0.3mm/min(即以每分钟拉伸 0.3mm 的速度对壳体施加载荷 P)。由图 8.2 中可以看出，在所做的拉伸载荷为 0～30kN 范围内，壳体的位移形变都呈线形变化，这说明其都在弹性范围内。事实也正是如此，实验完成后与实验前相比，壳体两端面被拉长的、不能恢复的位移形变仅为原长的 0.2%[77]。

8.1.3 实验与理论计算的比较

在 7.4 节理论计算部分，已计算了在壳体带平台时，被装配的驱动元件所在的 4 个节点位置，各施加预应力为 $P/4$ 时（也即是作用在图 8.2 中的销子 A 上的载荷为 P），壳体产生的理论位移值，如图 8.3 中的“■”点所示，并用点线将其连接起来。由图 8.3 可看出，壳体给每根稀土驱动元件棒（或压电陶瓷堆）施加预应力为 12MPa（合 $P/4=3.7699$kN）时，壳体需要被拉开的距离为 1.23mm。实验结果显示，在壳体带有 4 个平台的情况之下，拉伸载荷为 12MPa 时，壳体被拉开的位移为 0.890mm，两者的绝对误差为 0.34mm，下一节将进行误差原因分析。

8.1.4 误差分析

由图 8.3 可看出，实验测试位移值比理论计算位移值要小，这主要是由于实验模型和计算模型之间的不一致造成。也就是说，计算时加的是集中力，完全考虑的是壳体的平动，而图 8.2 的实验模型中，杆杠会受到壳体平台的弯矩作用，壳体不只是有平动变形，还有弯曲变形。载荷越大，弯曲形变也越大。在实验过程中，能观察到这点。实验后发现，原本平直的、直径为 25mm 的实心杆杠有一定的挠度，即与壳体平台相连接的地方发生弯曲，幅度大概有 1.5mm 左右。要减小杠杆的挠度，杠杆必须加粗。图 8.3 显示，随着拉伸载荷的增大，理论计算曲线与实验曲线两者误差增大，主要是由于壳体产生了累加弯曲。这也是拉伸载荷为 12MPa 时，实验值与理论计算值两者的绝对误差为 0.34mm 的原因。而理论计算是建立在理想的平动模型基础上的。

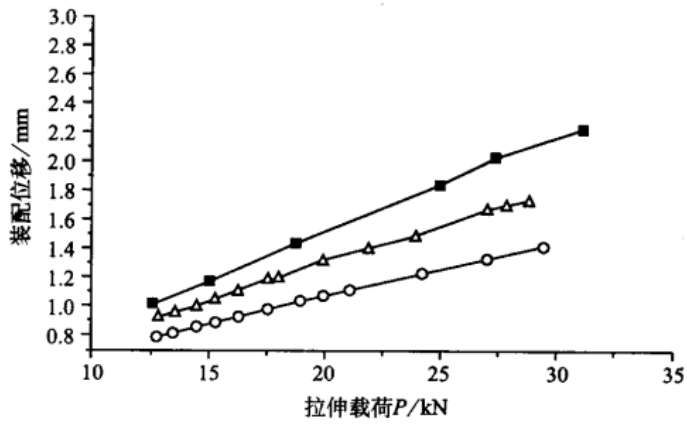


图 8.3 拉伸载荷与装配位移的关系

“■”为理论计算值；“○”为第一次实验测试值；“△”为第二次实验测试值

为了尽量减小壳体的弯曲变形带来的累加弯曲效应，对上面实验进行了改进：第一，加宽了施加载荷的销子 A，而替换为如图 8.2 中虚线表示的销子 B，以便载荷能更加均匀地作用在杠杆上；第二，加粗了原杠杆，将上面直径为 25mm 的实心钢杠杆替换成直径为 32mm 的实心钢杠杆。重复上述实验，实验曲线如图 8.3 中的“△”表示的各点。可见，这次实验点连接的曲线更接近理论值连接起来的曲线。拉伸载荷为 12MPa 时，第二次实验值与理论计算值两者的绝对误差为 0.13mm。

在安装驱动元件时，在其两端夹塞一厚度为“Δy(装配位移)”的金属契块，便会给驱动元件施加一相对应的预应力值。

§8.2　弯张壳体振动模态测试

在 7.2 节中，用有限元法从理论上计算了 VII 型弯张换能器处于自由边界条件时的共振模态及频率，并从中优选出了呼吸模态时的频率来作为换能器工作用的谐振频率。

本节对该换能器作了模态分析实验，以期得到验证。

8.2.1　模态分析理论基础

我们知道，振动系统的传递函数定义为响应的拉氏变换与激励的拉氏变换之比。传递函数包含了系统振动特性的全部信息。从实验角度看，只要测出传递函数，就可以了解整个系统的振动特性。

对单自由度系统来说，模态分析实验显得尤其容易。

对多自由度系统来说，其运动方程可用矩阵来表示。一般情况下，系统既存在着弹性耦合，又存在着惯性耦合，想直接用显式表达出传递函数较为不易。但可根据系统固有振型的正交性进行解耦[80,81]。由此，可将多自由度系统分解成一组单自由度系统。实际物理坐标下系统的振动，可以由模态坐标的单自由度振动通过叠加得到，这种建立在模态叠加原理基础之上的分析方法即是模态分析法[82]。

现将弯张壳体外表面分割成 n 个网格点，并假定在第 p 网格(坐标)上进行单点激励，其余各坐标上都不受激励力作用，即

$$F_i = 0 \quad (i = 1,2,\cdots,n_i,\ i \neq p)$$

$$F_p = F(t)$$

则经过解耦后，系统各自由度的运动方程可表成为

$$m_i \ddot{\delta}_i + c_i \dot{\delta}_i + k_i \delta_i = \phi_{pi} F(t) \tag{8.1}$$

式中 ϕ 表示固有振型函数。利用单自由度的分析方法，方程(8.1)的响应为

$$\delta_i = \frac{\phi_{pi} F(t)}{(k_i - \omega^2 m_i) + \mathrm{j}\omega c_i} \tag{8.2}$$

对多自由度系统来说，物理坐标 $x(t)$ 与模态坐标 $\delta(t)$ 的关系可表为

$$[x(t)] = [\phi][\delta(t)] \tag{8.3}$$

将(8.2)式代入(8.3)式中，则第 l 个测点的响应为

$$x_l = \sum_{i=1}^{n} \phi_{li}\delta_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{\phi_{pi}\phi_{li}F(t)}{(k_i - \omega^2 m_i) + j\omega c_i} \tag{8.4}$$

由此，求得 p 点激励，l 点测量时系统的传递函数为

$$G_{lp}(j\omega) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\phi_{pi}\phi_{li}}{(k_i - \omega^2 m_i) + j\omega c_i} \tag{8.5}$$

将不同测点 l 的传递函数排成一列向量，对于不同激振点 p 的列向量可以组成一个矩阵，称为传递函数矩阵，即

$$[G] = [G_{lp}]_{n\times n} \tag{8.6}$$

根据线性动力系统的互易性定理，p 点激振，l 点的响应应该等于 l 点激振，p 点的响应，即

$$G_{lp} = G_{pl}$$

上式表明，传递函数是对称的。

模态实验时，只需测得传递函数矩阵的一行或一列就可以获得全部模态信息。测定一行表示移动不同的点进行激励，固定在一个点进行测量；测定一列表示固定在一个点进行激励，在不同的点测量。这两者任取其一，可以大大地减少测量工作量。

目前，模态实验中比较流行的激励方法是脉冲激励法，或者称为锤击法。这种方法的最大好处是激振系统简单，锤击即可。

8.2.2 实验装置简介

实验分析采用现代化的先进设备——SD2005SM 模态分析系统[83,84]。实验分析系统框图如图 8.4 所示。

该系统的硬件配置为：PCB 加速度传感器、力锤；SD383 磁盘读出器；SD380Z-4 四通道频谱分析仪；HP320 系列计算机工作站；HP2932A 打印机；HP7475A 绘图仪。软件配置为：HPUX5.1 操作系统；SAS3.0 软件包。该软件包在计算机硬件上的运行与 SD380Z-4 频谱分析仪构成一个完整的、易于操作的 SD2005 模态分析系统，用来对大型复杂结构的动力学特性进行分析，提供动画振动模态，全部模态参数——频率、阻尼、振型均可打印或绘图输出。

实验时，采用弹性悬挂方式，使弯张壳体处于自由状态，如图 8.4 所示。实验中，将加速度传感器固定在一个测点上，然后用脉冲激励器——即是一个脉冲敲击锤敲击所有测点，锤的内部带有力传感器。每次激励后，由双通道将锤上的力传感

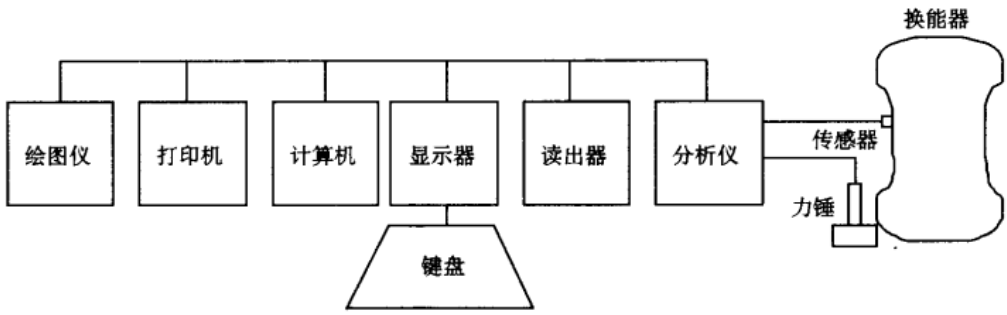


图 8.4　SD2005SM 模态分析系统框图

器脉冲激励信号 $F(t)$和测点的加速度传感器接受的响应信号 $x(t)$同时送入 FFT 分析仪作频谱分析，获得的传递函数通过 GPIB 接口传递到计算机内的软件包中，并对它们进行处理，估计模态参数。

力传感器为 PCB 公司的 086B02 型，频响范围为 0.7～40kHz，灵敏度为 11mV/N；加速度响应传感器为 PCB 公司的超小型 303A03 型，重 1.9 克，频响范围为 0.7～20kHz，灵敏度为 9.85mV/g。本实验对 4kHz 范围内的模态进行分析，因此可以保证此频带范围内的模态可以同时激励出来。

8.2.3　实验结果

图 8.5 是弯张壳体表面上某个测点的传递函数曲线。该曲线全面地反映了 0～4kHz范围内壳体的模态分布情况。本实验测得壳体的呼吸模态所对应的谐振频率为 2.526kHz。

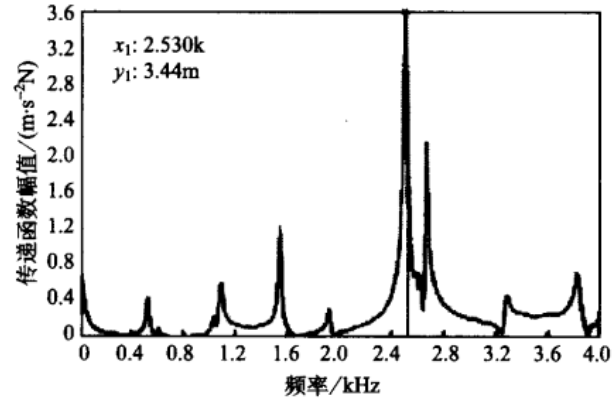


图 8.5　弯张壳体表面上某个测点的传递函数曲线

图 8.6 表示壳体的呼吸模态沿回转方向上的振型，与理论上得到的图 7.2 相似。计算得到的谐振频率值低于实验值 3.9%，这是由于在计算中，采用单元的集

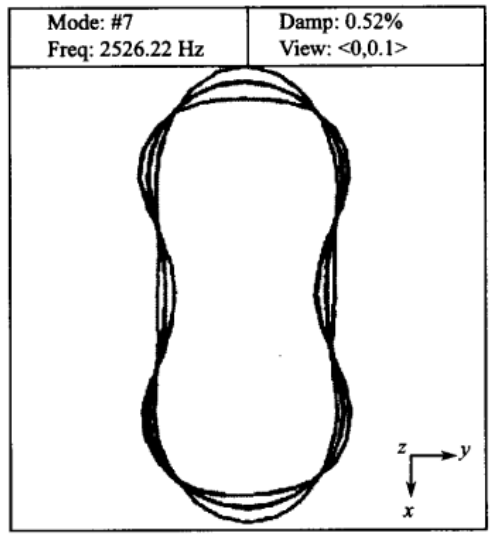


图 8.6 弯张壳体的呼吸模态沿回转方向上的振型

中质量矩阵之故。

§8.3 弯张换能器的振动模态测试

和 8.2 节同样的原理，本节对装配好各稀土棒的弯张换能器的振动模态进行了测试。同样采用弹性悬挂方式，使弯张换能器处于自由状态。

8.3.1 未装夹上下盖板时

当然，我们最关心的是换能器的呼吸模态。7.2 节中，计算出 VII 型弯张换能器众多谐频中理论上只有一种是属于呼吸模态，对应的谐振频率为 1.829kHz。

对未装夹上下盖板时的换能器，实验测得，与呼吸模态对应的谐振频率为 1649.18Hz。

图 8.7 为正处于振动模态测试中的弯张换能器。图 8.8 是换能器沿回转方向上的振型，这显然是我们寻求的呼吸模态。其振幅比例分布，与理论上得到的图 7.3 相比较，非常相似。因而，实验结果与预想结果是吻合的。

测量得到的呼吸模态频率要小于理论计算值约 180Hz。误差主要来源是：计算中，换能器有源元件上的各励磁线圈未能考虑在有限元模型中，它们有一定的重量（每个线圈重约 600g），因而计算值要高于实测值。

8.3.2 装夹上下盖板后

为了能准确地知道装配好的换能器的呼吸模态谐振频率，又对最终的换能器

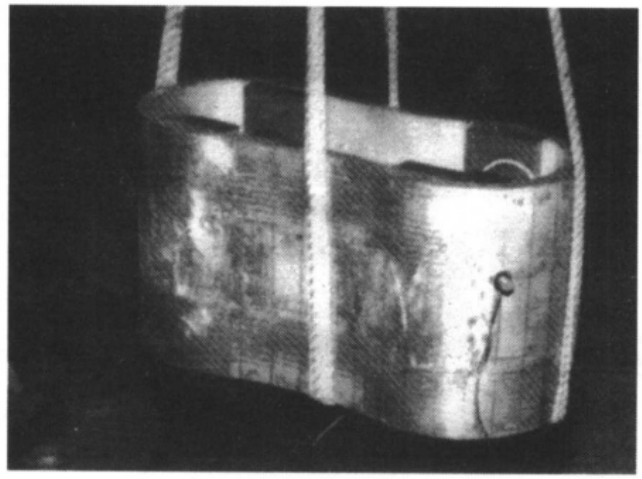


图 8.7　处于测试中的弯张换能器(未装夹盖板)

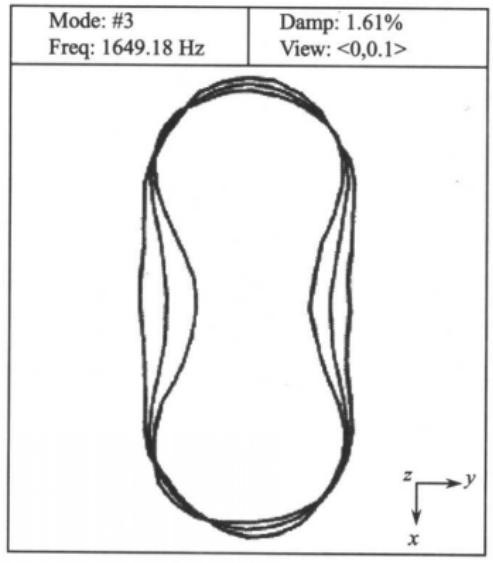


图 8.8　不装夹盖板时的换能器沿回转方向上的振型

实物的振动模态进行了测试。我们分别测试了换能器表面上某个测点的传递函数曲线和换能器沿回转方向上的振型。VII 型弯张换能器在空气中被测试到的实际呼吸模态的谐振频率为 1.834kHz。

可以看到,装夹好上下盖板后,换能器模态谐振频率又有所上升。这是由于在换能器壳体边缘法线方向上,约束条件有所变化之故。

图 8.9 为最后研制成的弯张换能器实物。

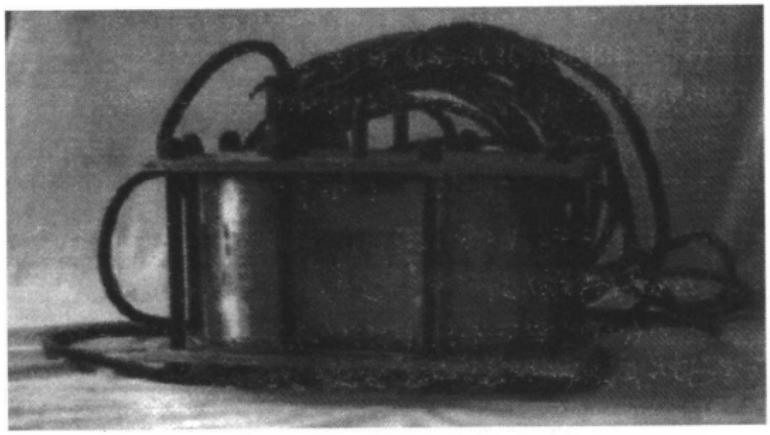


图 8.9 研制的Ⅶ型弯张换能器

§8.4 谐振频率附近处的性能测试结果

为使稀土棒能减小涡流损耗、高效工作，需沿棒轴方向径向均匀切割。2.1 节中已述，稀土棒的磁导率 μ 随压力和偏磁场的增加，呈下降的趋势。弯张换能器入水深度越大，则棒两端的压应力也越大，相应的偏磁场也应加大，因而，深水处的磁导率比浅水处的要小。按 2.2 节中(2.1)式，极限工作频率与磁导率成反比，即深水处的极限工作频率要高些。为使换能器既能在浅水工作，又能在深水工作，将棒径向均匀切割时，按浅水处的磁导率来计算。中间留余 r=2.5mm 的实心体，均匀开缝切割为 8 等份，极限工作频率可达 1.45kHz。

通常，换能器谐振频率附近处的性能参数，包括其发射参数，不能事先从理论上计算出来，必须要依靠实验来进行测定及计算。

对换能器性能进行了测试，测试条件为：水深 1.8m，水温 18℃，室温 12℃。

8.4.1 换能器谐振频率、阻抗特性

在空气和水中，采用 4294 阻抗分析仪对换能器进行了自动测量，偏磁直流电流 I=3.5A，换能器激励电压为 1V。小信号下换能器的阻抗特性如图 8.10 和 8.11 所示。由图可看出，弯张换能器在空气中的呼吸模态谐振频率为 1.817kHz，这与 8.4.2 节中测出的结果基本相同；在水中降为 1.16kHz。

8.4.2 换能器的发射特性、机械品质因数 Q_m、有效耦合系数 k_e

图 8.12 是发射电流响应测试框图。测量时，函数发生器 PM5133S 产生正弦信号，经过脉冲发生器 1396B 送入功率放大器 JYH-1500A，放大后加在换能器上。U_V 和 U_I 分别为换能器两端的电压取样和电流取样信号。测量过程中，将 K_1 打

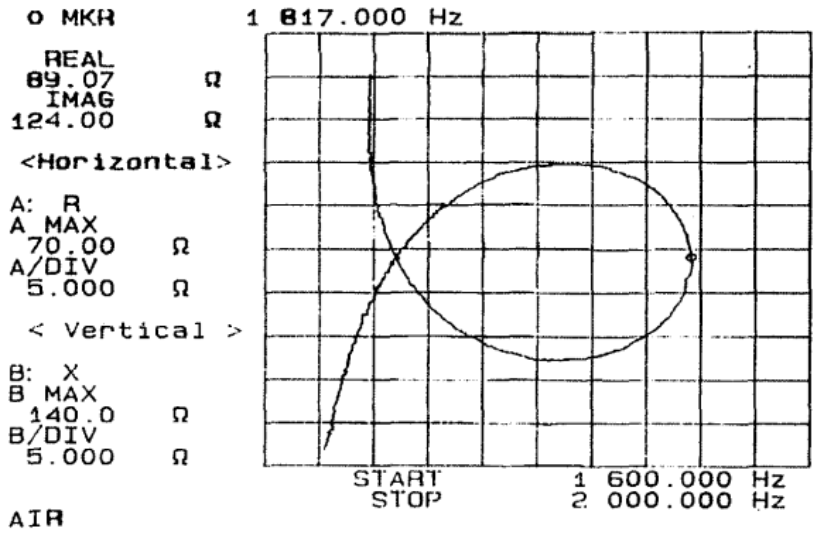


图 8.10　弯张换能器空气中阻抗特性图

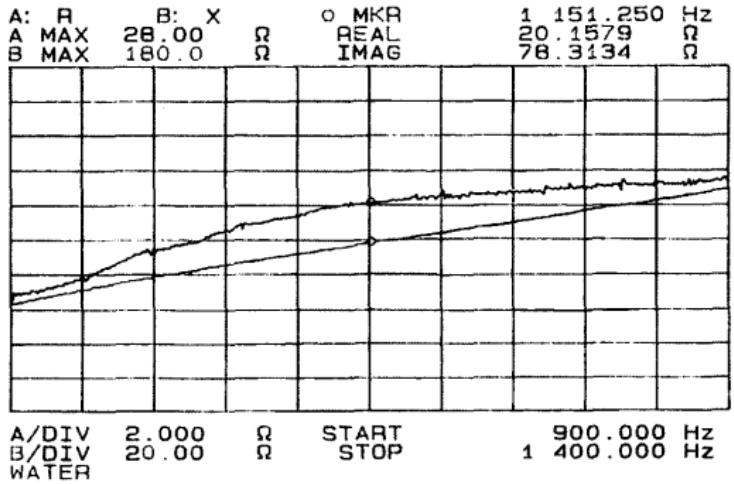


图 8.11　弯张换能器水中阻抗特性

到 U_V，调节电位器改变 JYH-1500A 的输出电压，用移相器调节参考信号的相位，使激励电压取样幅度与参考信号幅度相等，相位相反，由 7075 读取取样电压 U_V，由 2917 读取相位移角 φ_V；将转换开关 K_1 打到 U_I，用同样的方法读取电流有效值和相位移角 φ_I。

用开关 K_2 选择标准水听器的开路电压 U_{OC} 或输出电压 U，用 BS-5604 监视波形幅度，当两者达到同样幅度时，连续信号值即为标准水听器（其灵敏度 $M=$

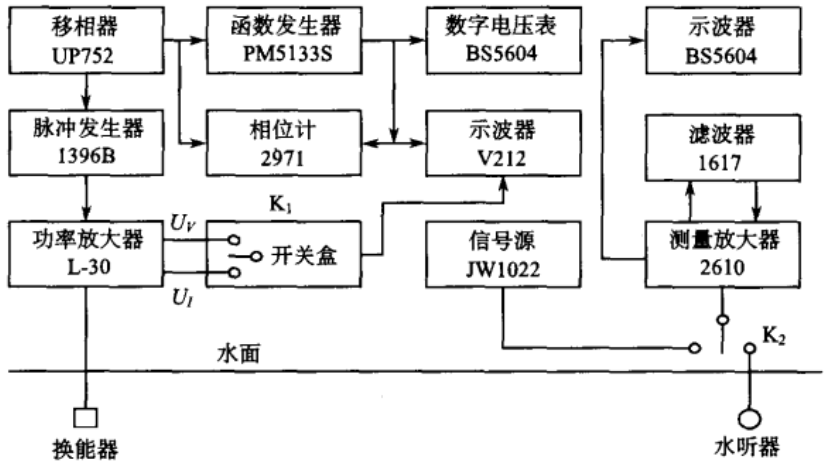


图 8.12 发射响应测试框图

−197.8V/μPa,0dB=1.0V/μPa)的脉冲信号有效值。

表 8.1 是实际测量所得的数据。表中,W_e 为加于换能器上的电功率,ϕ 换能器两端的电流和电压的相位差,SIL 为根据标准水听器接收的电压换算得到的换能器发射电流响应级。

表 8.1 换能器发射电流响应测量所得数据

f/kHz	W_e/W	ϕ	SIL/dB
0.5	16.0	8	178.2
0.6	14.3	30	179.5
0.8	13.3	34	182.0
1.00	13.1	35	184.6
1.10	12.0	40	184.8
1.12	11.7	40	185.5
1.14	11.9	41	185.6
1.15	11.9	41	185.9
1.16	11.7	42	186.1
1.17	11.9	41	185.9
1.18	11.8	41	185.9
1.20	12.0	40	185.3
1.22	11.7	40	185.2
1.24	10.8	40	185.1
1.26	11.2	38	185.0

续表

f/kHz	W_e/W	ϕ	SIL/dB
1.28	10.3	38	185.0
1.30	9.7	40	185.0
1.40	9.6	39	184.6
1.60	9.5	38	182.7
1.80	8.8	40	181.7
2.00	7.8	41	182.1

图 8.13 即为换能器测出的发射电流响应曲线。

由表 8.1 可以看出，在换能器的谐振频率 1.16kHz 处，发射电流响应达到最大，为 186.1dB。

根据发射响应带宽的定义：最大响应频率为 f_0，f_1、f_2 为最大发射响应下降 3dB 水平的频率，两者差即为带宽。由表 8.1 可知，f_1、f_2 分别为 820Hz 和 1.5kHz，带宽 Δf=680Hz。

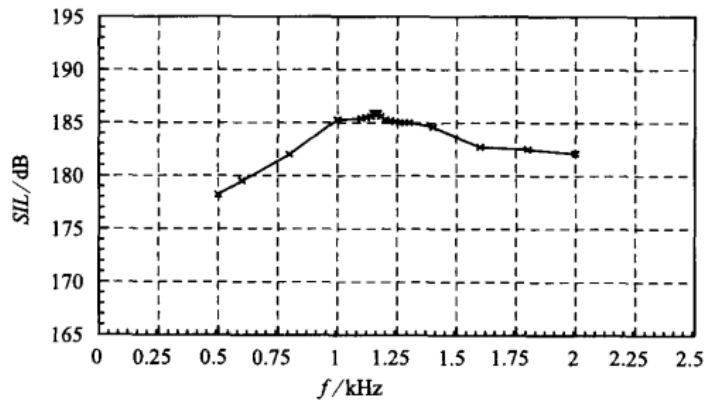


图 8.13　换能器发射电流响应曲线

换能器的机械品质因数 $Q_m=f_0/\Delta f\approx 1.71$。由换能器在空气中的阻抗圆图，可求得其有效耦合系数：k_e=0.12。

8.4.3　换能器发射声源级随输入电流的关系

换能器发射声源级与输入电流的关系如图 8.14 所示。由图可看出，在输入电流为 0.7A（IL 为−3.1dB）时，换能器发射声源级可达 184.8dB，发射声源级与输入电流之间仍为线性关系。

在直流偏磁电流为 3.5A 时，当激磁电流达到 3.5A，预计最大声源级可达

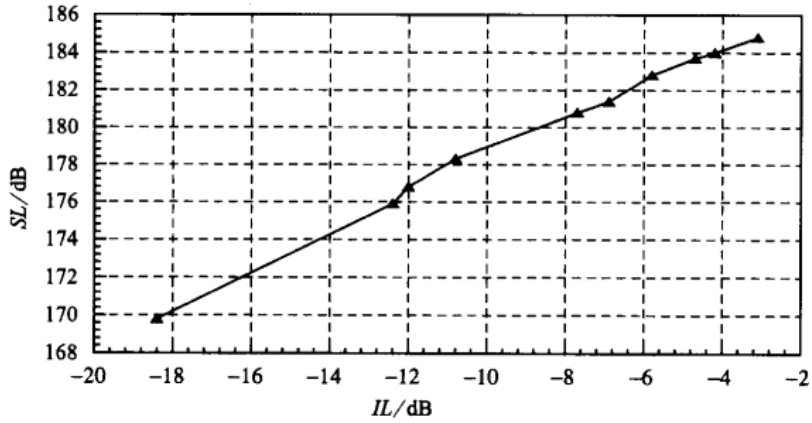


图 8.14 换能器发射声源级与输入电流的线性曲线

195.6dB。由第 7 章表 7.2 可知，随着换能器入水深度的增大，加于稀土棒上预应力随之增大，最佳偏磁电流也要增大，因而，换能器所能达到的最大声源级也将增大。

8.4.4 换能器的电声效率与输入电功率的关系

在谐振频率处，偏磁电流 $I=3.5$A，换能器的电声效率与加在换能器两端的电功率之间的关系曲线如图 8.15 所示。

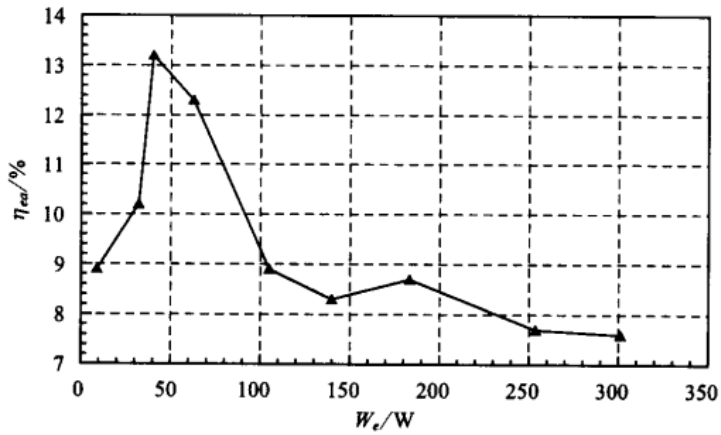


图 8.15 换能器的电声效率与电功率之间的变化曲线

8.4.5 结果分析

综合上面的测试结果，可以看出：

(1) 换能器工作在大功率情况下，电声效率 η_{ea} 偏低，有效耦合系数 k_e 也不高，

这使得该换能器的机械品质因数 Q_m 较低，带宽 Δf 较宽。当然，研制的弯张换能器壳体较厚，刚度较大，这也是导致其效率较低的一个原因[56]。

(2) 其单位电流发射响应较高，谐振频率处可达到 186.1dB，这个值要高于几乎所见到的所有文献中报道的稀土发射换能器的电流发射响应值。

效率偏低的主要原因是，涡流损耗较大。在换能器的测试过程中，直流偏磁电流 3.5A 是一直加在换能器上的，所以，这不可避免地会导致换能器发热、温度上升，并增加涡流损耗；另外，还有如漏磁损耗，这反映在稀土棒端头与电工纯铁块的接合处，还有电工纯铁块本身中的涡流损耗，以及换能器组件各接触面中的机械损耗等等。这都是引起效率低的因素[85]。

实际工作中，驱动工作电流为脉冲信号。为减小温度上升引起的涡流损耗，直流偏磁电流应与脉冲驱动工作电流同步加在换能器上，相信这样做，效率将会有较大幅度的提高[9,86]。

§8.5　换能器声辐射特性

水池中的测试条件为：换能器的直流偏磁电流 I 为 2A，测试深度 h 为 1.8m，收发距离 1m，池中的水温 18℃，室温 12℃。

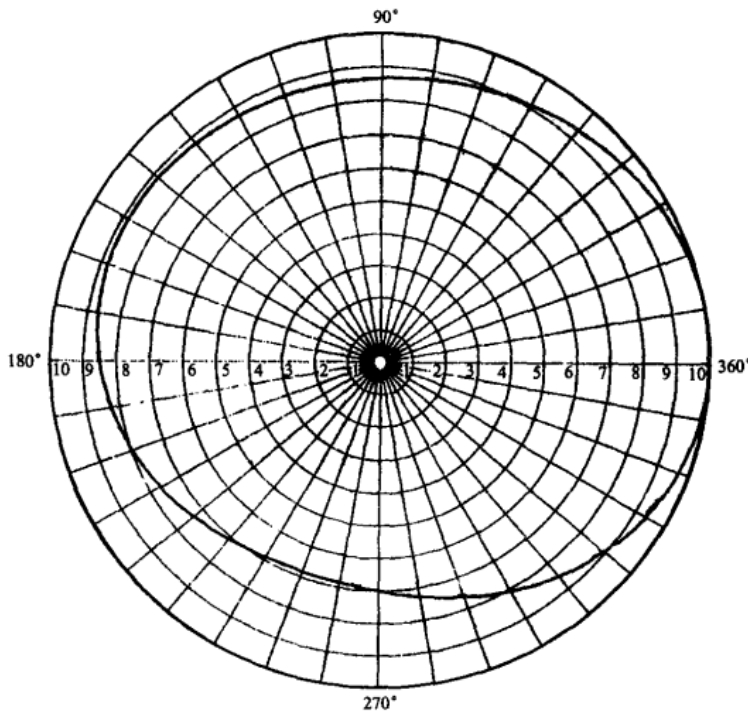


图 8.16　以幅值形式表示的指向性图

测试时，换能器处于谐振状态，频率为 1.16kHz。测试得到的以幅值形式表示的指向性图如图 8.16 所示。结果表明，换能器基本为均向辐射。与 7.8 节中的图 7.9 相比较，可看出理论计算和实际测量是相符的。

本章对研制出的弯张换能器进行了一系列的实验研究和相关的计算，并与第 7 章中的各理论计算结果作了比较。装配前，对弯张壳体作了弹性测试，得到了装配载荷与拉伸位移之间的关系曲线，两者的误差主要系所用杆杠挠度变形所致；对弯张壳体及换能器的呼吸模态的测试值与理论计算值有较好的相符性；测试了换能器的辐射声场指向性图，与理论计算相符。通过对换能器的性能测试及有关的计算表明：谐振频率为 1.16kHz，在偏磁直流电流为 3.5A 时，带宽为 680Hz，机械品质因数 Q_m 为 1.71，交流电声效率为 13.1%，换能器的有效耦合系数为 0.12。

§8.6 稀土超磁致伸缩换能器的测量系统介绍

稀土超磁致伸缩换能器在大电流直流偏磁、大功率驱动状态下的阻抗特性，发射电流响应，电压响应，发射器线性度的测量存在着较大的难度。中国船舶重工集团公司第 715 研究所研制了专用的超磁致伸缩稀土换能器测量系统[87]，解决了超磁致伸缩稀土换能器的测量问题。

他们建立的测量系统如图 8.17 所示。脉冲激磁装置产生直流脉冲，同时信号发生器产生交流脉冲信号，通过功率放大器放大，经电流、电压取样器加到被测换能器上，激励换能器发出声信号。电压取样器、电流取样器获得的换能器两端交

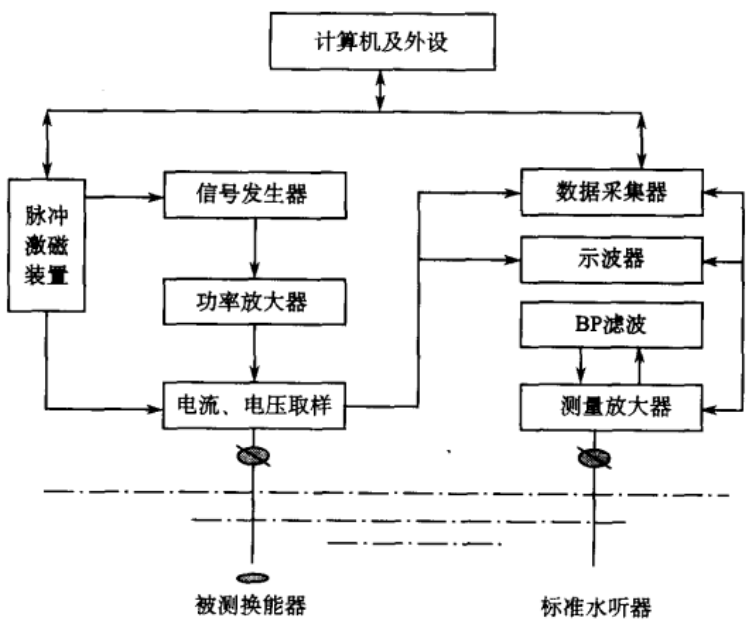


图 8.17 测试系统的组成框图

流电压 $U(t)$、交流电流 $I(t)$、直流电流 I_0，以及通过标准水听器获得的声压信号 $P(t)$，通过滤波、放大进行 A/D 变换，同时进行多路信号采集，使之成为可供信号处理的数字信号，再送入计算机进行信号处理。处理软件利用离散傅里叶变换，从 $U(t)$、$I(t)$ 中计算出它们各自的模值和它们间的相角 $F(t)$，从而由 $U(t)$、$I(t)$、$F(t)$、$P(t)$ 这四个量，导出换能器的阻抗、发送响应级（电压、电流、功率）、线性关系（$S\sim V$、$S\sim I$、$S\sim W$）。该系统还能对测量结果进行数据列表和图形输出。

施加直流脉冲，是为了更大限度地测试换能器的性能，减小换能器的热损。

第 9 章　用 ANSYS 软件设计稀土换能器

ANSYS 公司由 John Swanson 博士创立于 1970 年，总部位于美国宾夕法尼亚的匹兹堡，ANSYS 有限元程序是该公司的主要产品。ANSYS 软件是融结构、热、流体、电磁、声学于一体的大型通用有限元分析软件，现广泛应用于核工业、铁道、石油化工、航空航天、机械制造、能源、汽车交通、国防军工、电子、土木工程、造船、生物医学、地矿、水利、日用家电等一般工业及科学研究中。

ANSYS 提供了对各种物理场量的分析，是目前世界范围内唯一能够融结构、热、电磁、流体、声学等于一体进行有限元分析的分析软件。ANSYS 软件特别对于求解热-应力耦合、磁-热耦合、磁-结构耦合、流体-热耦合、流体-结构耦合、热-电耦合、电-磁-热-流体-应力耦合等多物理场耦合问题具有其他软件不可比的优势。ANSYS 主要包括三个部分：前处理模块、分析计算模块和后处理模块，功能齐全。与换能器设计有关的问题主要是结构分析、流体-结构分析、压电耦合分析，有时候还要用到电磁场分析、热分析等。利用 ANSYS 软件来设计分析压电型换能器是很方便的，因为软件中有专门用于求解压电耦合问题的计算功能，但却不能直接用于解决磁致伸缩机电耦合问题。

本章着重介绍了压磁-压电类比拟法，实现借助 ANSYS 压电耦合求解功能来分析计算磁致伸缩型换能器的电声转换问题，并设计了一个圆环型稀土超磁致伸缩超声频换能器。

§9.1　ANSYS 有限元软件简介

9.1.1　软件简介

ANSYS 是目前比较流行的有限元分析软件之一，它能解决工程中诸多门类、诸多学科中形形色色的实际问题，功能非常全面，如

结构力学：静力分析，模态分析，谐波响应分析，谱分析，瞬态分析，结构屈曲、蠕变、塑性、大变形、断裂及疲劳等结构非线性分析。

热学：传导、对流、辐射问题的稳态分析、瞬态分析，热-结构耦合等。电磁场：静电场分析、稳恒磁场分析、瞬态电磁场分析以及机-磁耦合静力学或动力学问题等。

流体力学：流体静力学分析、流体动力学分析、湍流及流体中声场分析等。

耦合场：可以解决多种物理场之间的相互耦合问题，如压电耦合、热-结构耦

合、磁-热耦合、磁-结构耦合、流体-结构耦合、热-电磁耦合以及任意两种或两种以上物理场之间的耦合问题等。与换能器设计有关的问题主要是结构分析、流体-结构耦合分析、压电耦合分析，有的时候还要用到电场、磁场分析、热分析等。

ANSYS 软件经过不断升级，随着版本提高，软件的建模功能和求解问题的快捷方便性不断提高，可分析解决的工程实际问题也不断增加，几乎渗透到应用学科的各个角落，博得了世界上众多用户们的钟爱。

9.1.2　ANSYS 软件应用于声学及换能器领域解决的具体问题

近年来，工程应用领域对多物理场进行耦合求解的实际问题比较多，分析问题时经常需要考虑两个或多个物理场之间耦合来更真实地模拟工程实际或真实的物理过程，ANSYS 软件提供了一个易于应用的多物理场求解分析的功能。

ANSYS 软件只有在 Multiphysics 模块和 Mechanical 模块中可以进行声场分析，通常包括对流体介质及其周围结构的建模。典型的问题有，对不同频率的声波在流体中的压力分布、压力梯度、粒子速度、声压级、声波的散射、衍射、传输、辐射、衰减和散射的计算。耦合声场的分析将考虑流体-结构的相互作用。非耦合场的声场分析模型只考虑流体而忽略任何流体-结构的相互作用。

耦合场分析是指在有限元分析的过程中考虑了两种或者多种工程学科(物理场)的交叉作用和相互影响(耦合)。例如压电分析考虑了结构和电场的相互作用。它主要解决由于所施加的位移载荷引起的电压分布问题，反之亦然。

耦合场分析的过程取决于所需解决的问题是由哪些场的耦合作用引起的。但是，耦合场的分析最终可归结为两种不同的方法：序贯耦合方法(也称为顺序耦合方法)和直接耦合方法。序贯耦合解法是按照顺序进行两次或更多次的相关场分析。它是通过把第一次场分析的结果作为第二次场分析的载荷来实现两种场的耦合的。例如，序贯热-应力耦合分析是将热分析得到的节点温度作为“体力”载荷施加在后序的应力分析中来实现耦合的。对于不存在高度非线性相互作用的情形，序贯耦合解法更为有效和方便，因为我们可以独立地进行两种场的分析。例如，对于序贯热-应力耦合分析，可以先进行非线性瞬态热分析，再进行线性静态应力分析。而后我们可以用热分析中任意载荷步或时间点的节点温度作为载荷进行应力分析。这里耦合是一个循环过程，其中迭代在两个物理场之间进行、直到结果收敛到所需要的精度。直接耦合解法在解决耦合场相互作用具有高度非线性时更具优势，并且可利用耦合公式一次性得到最好的计算结果。求解这类耦合场相互作用问题都有专门的单元供直接选用。例如，利用单元 SOLID5、PLANE13 或 SOLID98可直接进行压电分析。与换能器有关的计算分析问题一般可使用直接耦合解法。

ANSYS 软件假定流体是可压缩的，但只允许压力与平均压力相比有较小的

变化。而且，流体假定为非流体并且无黏的，即黏性不引起耗散作用。假定平均密度和平均压力不变，压力求解偏离平均压力而不是绝对压力。

由于声学和声学中的换能器涉及学科领域很宽，学科交叉内容丰富，因此，分析模拟几乎需要用到以上各种物理场求解分析模块。如：

结构力学分析——分析换能器结构振动模态、基本振型、静态应力分析、动态应力分析、结构响应等。应用领域包括进行预应力计算与预应力结构设计（静力分析）、换能器结构耐静水压设计（静力分析）、换能器本征频率及基本振型计算（模态分析）、换能器机械振动极限（静力分析、谐波响应分析）、超声换能器变幅杆设计（静力分析、模态分析）、结构减震设计（谐波响应分析）、声学目标频谱特性（模态分析、谐波响应分析）、固体中声场及波动问题（瞬态分析、谐波响应分析）等。

热分析——换能器热极限、超声换能器热效应等。

流体分析——分析声场分布。单纯流体分析应用较少，主要应用流体-结构耦合计算有关结构声辐射及换能器响应等。

磁场分析——用于磁性换能器结构体中的磁场计算及磁路设计。

电磁场分析——在声学问题分析中应用不多，在 ANSYS 早期版本中，有利用电磁场类比解决声学问题的应用实例。

耦合场分析——在声学及换能器领域应用十分广泛，是换能器设计、结构声辐射等问题分析的重要手段。主要有压电耦合问题（换能器领域中涉及机电转换耦合的一切分析问题），流体-结构耦合问题（声学换能器在流体介质中建立声场的分析、结构声辐射问题），以及压电-流体-结构耦合分析问题。压电-流体-结构耦合分析是换能器分析中多场耦合分析类型，是换能器分析中关键的分析过程（一般进行谐波响应分析）。通过这种耦合分析可以计算换能器的电声特性：如换能器的发射响应曲线、换能器的阻抗特性、发射（接收）指向性、换能器阵互辐射特性、辐射效率、接收灵敏度曲线、响应带宽等。通过计算上述电声转换参数及声场分布特性，可以设计符合技术状态要求的换能器结构，如复合棒型换能器匹配层换能器、前盖板弯曲耦合宽带纵向振动换能器、弯曲振动换能器、扭转振动换能器、弯张伸缩式换能器以及各单元换能器组成的基阵等。

§9.2 ANSYS 方法及工作过程简介

9.2.1 换能器机电耦合问题的理论基础

第 1 章中描述过，有限元方法是以变分原理和剖分插值为基础，对实际模型进行离散化来构造插值函数。通过物理上的近似，认为实际点的行为由相邻节点行为的插值关系来描述，于是把实际的物理问题离散化成求解节点未知量的代数方程组求解问题。

有限元方法所依据的能量变分原理的数学表达式为

$$\delta\int_{t_1}^{t_2} L\mathrm{d}t = 0 \tag{9.1}$$

其中 L 为拉格朗日函数

$$L = T-(U_M-W_M)+(U_E-W_E)L = T-(U_M-W_M)+(U_E-W_E) \tag{9.2}$$

其中 T 代表系统的动能；U_M 表示弹性应变能；W_M 表示外界机械力所做的功；U_E 表示电场中的电能；W_E 表示外界电场力所做的功。

具有线性行为的压电材料，满足 e-型压电方程

$$\begin{aligned}[T] &= [c]^E[S]-[e][E]\\ [D] &= [e]^{\mathrm{T}}[S]+[\varepsilon]^s[E]\end{aligned} \tag{9.3}$$

一般地，选择 3D 单元，则上式$[T]$为 6×1 阶应力矢量(区别于式(9.2)的动能表达)；$[D]$为 3×1 阶电位移矢量；$[S]$为 6×1 阶应变矢量；$[E]$为 3×1 电场矢量；$[c]$为电场恒定时压电材料各向异性的 6×6 弹性矩阵；$[e]$为 6×3 压电系数矩阵；$[\varepsilon]$为恒应变下的3×3介电系数矩阵。上角标 T 表示转置矩阵。

若令 u 表示位移；f 表示系统 V 内所受体力密度；F 表示系统边界面 s 上所受的面力密度；φ 为电位；q 表示自由体电荷密度；σ 表示自由面电荷密度；则拉格朗日函数表达式中诸分量由下式确定

$$\begin{cases} T = \dfrac{1}{2}\iiint_V \rho\dot{u}^{\mathrm{T}}\dot{u}\mathrm{d}V \\ U_M = \dfrac{1}{2}\iiint_V T^{\mathrm{T}}S\mathrm{d}V \\ W_M = \iiint_V f^{\mathrm{T}}u\mathrm{d}V+\iint_S F^{\mathrm{T}}u\mathrm{d}s \\ U_E = \dfrac{1}{2}\iiint_V E^{\mathrm{T}}D\mathrm{d}V \\ W_E = \iiint_V \varphi q\,\mathrm{d}V+\iint_S \varphi\sigma\mathrm{d}s \end{cases} \tag{9.4}$$

经过剖分插值，利用哈密顿原理变分等于零的条件，可推导得下列有限元方程：

$$\begin{cases} [M][\ddot{u}]+[K][u] = V[P]+[F] \\ [P]^{\mathrm{t}}[u]+C_0V = Q \end{cases} \tag{9.5}$$

上式中$[M]$为总质量阵；$[K]$为总刚度阵；$[P]$为机电耦合向量；$[F]$是力载荷向

量；$[u]$是系统位移向量；V 是电极面上的电势；Q 是电极面上的自由电荷电量；C_0 是陶瓷片的钳定电容。

方程(9.5)中第一式表征机械载荷力与机电耦合力作用下的动力学方程；第二式则表征外电场与机电耦合作用下的电路状态方程。

有限元法几乎能解决换能器的所有问题，包括结构应力分析、振动特性模拟、发射及接收声电转换问题以及远近场声场分布特性问题等。在处理远场辐射问题时，由于不能把区域取无限大(实际上取的很有限)，所以不能把结构细节与远场行为同时描述得很清楚，因此有限元法在处理远场辐射问题时求解精度受到限制。在许多声学计算中，在一定误差允许条件下，有限元方法能给出令人满意的结果。在精度要求较高或者结构体线度较大时(如分析基阵等)，需要将流体空间取得更大，网格分得更细，于是要花费更多的计算时间。

9.2.2 ANSYS 有限元软件用于换能器分析的基本理论

ANSYS 在处理结构力学线性问题所依赖的有限元方程如下

$$[M][\ddot{u}]+[C][\dot{u}]+[K][u]=[F] \tag{9.6}$$

式中$[M]$、$[C]$、$[K]$分别是系统的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵。在结构参数(包括几何参数和材料参数)给定，及有限元网格生成后，$[M]$、$[C]$、$[K]$已经唯一确定了。$[F]$是载荷力向量，它的不同特征决定了不同分析类型。

如$[F]=[F(t)]$为时间的任意函数，属于瞬态结构分析，依赖方程就是(9.6)式。瞬态动力分析用于决定结构承受随时间变化载荷的动力响应。求解瞬态动力问题的方法有 3 种：全阶法、凝聚法和模态叠加法。全阶法是最常用和最强有力的方法，使用全阶法可以选择时间步长，该功能允许采用可变的积分时间步长来获得求解精度和计算机资源的平衡。凝聚分析的求解由两步构成，先求主自由度的节点位移，再将希望的时间点上的解扩展到全自由度集。模态叠加法是把模态分析求出的单独模态叠加起来计算结构的总响应。

如果$[F]=[F_0 e^{j\delta}\cdot e^{j\omega t}]$是时间的简谐函数，则对应的分析类型为谐波分析，依赖的方程可化为：

$$(\omega^2[M]+j\omega[C]+[K])[u]=[F_0 e^{j\delta}] \tag{9.7}$$

谐波响应分析用于求解线性结构承受正弦变化载荷的响应。该分析方法适用于模拟换能器空气中与水中的工作状态，可以求出换能器在工作状态下的位移振速分布、应力应变分布、电导纳曲线，加流体后还可以求出其声场特性。有三种方法用于进行谐波响应分析：即全阶法、凝聚法和模态叠加法。凝聚法和模态叠加法可用于求解线性结构，这两种分析中的矩阵是对称的，所以比较节省时间。全阶法用于求解非对称矩阵。

如果$[F]=[0]$则属于模态分析，即计算

$$[M][\ddot{u}]+[C][\dot{u}]+[K][u]=0 \tag{9.8}$$

有非零解的本征值问题。模态分析用于抽取结构的自然频率和振型，模态分析是其他动力分析的重要基础，因为结构的基本模态和频率信息有助于确定用于后继瞬态动力分析的模态数目和积分时间步长。ANSYS 程序允许作预应力模态分析以及在大变形后做模态分析。对于无阻尼情况，阻尼项$[C][\dot{u}]$被忽略，方程简化为

$$([K]-\omega^2[M])[\bar{u}]=0$$

式中 ω^2 表示特征值；$[\bar{u}]$表示特征向量。对于有阻尼情况，运动方程简化为

$$([K]+\mathrm{i}\omega[C]-\omega^2[M])[\bar{u}]=0$$

ANSYS 模态提取方法有很多种。子空间迭代法是一种快速且适用于仅包括体单元模型的方法。凝聚法可以减少内存空间的占用，换能器的模态提取多采用这种方法。在刚度矩阵或质量矩阵是不对称矩阵时，如在声学流体-结构耦合分析中，可以采用非对称法。阻尼法适用于阻尼不能忽略的情况。

如果$[F]=[F_0]$，即$\left[\dfrac{\partial F}{\partial t}\right]=[0]$，则属于静力分析。根据准静态原理求解力作用终点时的状态$[\dot{u}]=[\ddot{u}]=0$，依赖的方程简化为

$$[K][u]=[F_0] \tag{9.9}$$

ANSYS 软件中的静力分析用来求解外载荷引起的位移应力和力。静力分析适合求解惯性及阻尼的时间相关作用对结构响应的影响并不显著的问题。在换能器设计中，静力分析极为重要，可以进行壳体的耐静水压分析，观察壳体的应力分布，进行预应力设置和驱动振子的设计。ANSYS 软件中的静力分析同样可以分析非线性问题，如大形变、大应变、接触面等问题。

针对控制方程(9.6)式的最普遍形式，如果将各参数矩阵$[M]$、$[C]$、$[K]$，位移向量$[u]$及载荷向量$[F]$都考虑成具有广义涵义，那么几乎所有物理场的线性问题都可以等效成上面的模型，最后用统一的求解器来求解。所以在求解中，ANSYS 处理的是纯数学问题，只不过最后输出的数据将按前处理中结构、单元类型中的约定，而赋予广义位移向量$[u]$具体的物理含义。如此 ANSYS 的求解内核是面向诸多广义场生成的数学模型的普适求解器。这样便可以构造不同物理场的求解问题。

例如，求解声辐射问题中流体-结构耦合的控制方程

$$\begin{bmatrix}[M_Z] & [0]\\ [M_{fs}] & [M_f]\end{bmatrix}\begin{bmatrix}[\ddot{u}]\\ [\ddot{P}]\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}[C_Z] & [0]\\ [0] & [C_f]\end{bmatrix}\begin{bmatrix}[\dot{u}]\\ [\dot{P}]\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}[K_s] & [K_{fs}]\\ [0] & [K_f]\end{bmatrix}\begin{bmatrix}[u]\\ [P]\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}[F_s]\\ [0]\end{bmatrix} \tag{9.10}$$

在处理问题时，采用直接耦合方式将广义位移向量取作结构位移向量[u]与流体中节点声压向量[P]的组合，而在广义刚度阵，广义质量阵中加入流体-结构耦合分量[K_{fs}]与[M_{fs}]，其他系数矩阵分量以角标 s 和 f 区分结构与流体部分。

又例如，在解决压电耦合问题时采取广义矩阵和广义向量表示的控制方程如下

$$\begin{bmatrix}[M] & [0]\\ [0] & [0]\end{bmatrix}\begin{bmatrix}[\ddot{u}]\\ [\ddot{V}]\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}[C] & [0]\\ [0] & [0]\end{bmatrix}\begin{bmatrix}[\dot{u}]\\ [\dot{V}]\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}[K] & [K^Z]\\ [K^Z]^t & [K^d]\end{bmatrix}\begin{bmatrix}[u]\\ [V]\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}[F]\\ [Q]\end{bmatrix} \tag{9.11}$$

将广义位移向量取作结构位移向量[u]与压电体节点电位向量[V]的组合，广义量阵与广义阻尼阵中以[0]扩充，而广义刚度阵中加入机电耦合分量[K^Z]和介电矩阵分量[K^d]，具体形式在手册中有更详细的表述。

9.2.3 ANSYS 处理器

ANSYS 按功能可分为若干个处理器：包括一个前处理器、一个求解器、两个后处理器、几个辅助处理器(如优化处理器等)。ANSYS 前处理器用于生成有限元模型，提供强大的实体建模及网络划分工具，指定随后求解中所需的选择项；ANSYS 求解器用于获取并检查求解结果，以对模型做出评价；后处理器可将计算结果以彩色等值线显示、矢量显示、粒子流迹显示、立体切片显示、透明及半透明显示(可看到结构内部)等图形方式显示出来，也可将计算结果以图表、曲线形式显示或输出。

ANSYS 使用统一的集中式数据库来存储所有模型数据及求解结果。模型数据通过前处理器写入数据库；载荷和求解结果通过求解器写入数据库；后处理结果通过后处理器写入数据库，如果需要可为其他处理器所用。

图 9.1 显示了 ANSYS 数据库结构框图，图 9.2 为 ANSYS 软件设计换能器的一般步骤示意图。

9.2.4 ANSYS 软件一般分析步骤

ANSYS 软件设计计算换能器，一般的建模分析步骤如下

(1)指定欲建立和分析的模型的标题；

(2)确定分析类型；

(3)定义模型需要用到的单元类型；

(4)定义材料属性(力学参数、电学参数、流体声学参数、压电或压磁参数、实常数)；

(5)建立模型；

(6)选择单元体，分配属性并划分网格；

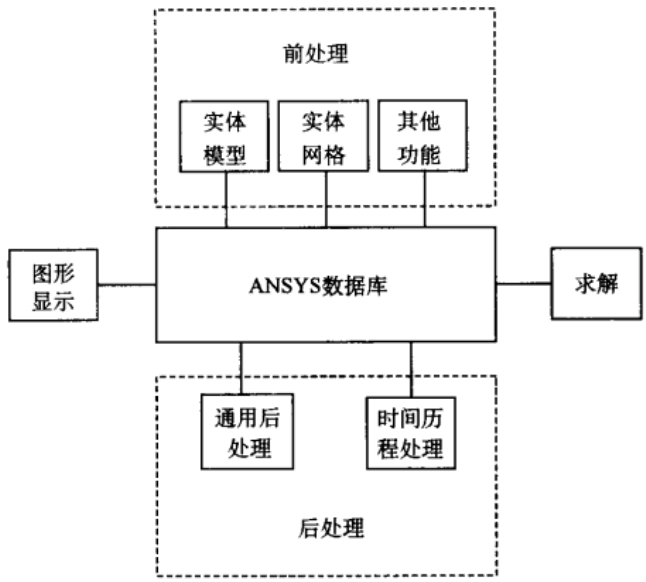


图 9.1　ANSYS 数据库结构框图

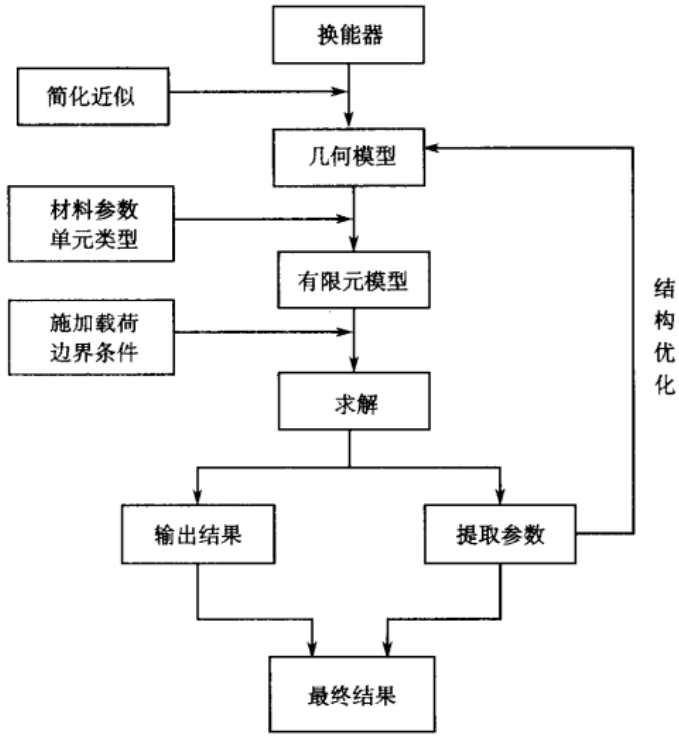


图 9.2　ANSYS 软件设计换能器的一般步骤

(7)定义无限流体单元；

(8)定义流体-结构接触面；

(9)施加边界和载荷条件；

(10)对问题进行求解；

(11)进入后处理(通用后处理或时间历程后处理)，提取变量参数，获得问题答案。

根据具体的模型，可能会增减以上步骤。

需要说明的是，ANSYS 声场分析指定了四种单元类型：对二维和三维模型的流体部分，分别使用 FLUID29 和 FLUID30 单元，FULID129 和 FLUID130 与 FLUID29 和 FLUID30 单元一起使用，用来构造包围 FLUID29 和 FLUID30 单元的无限外壳。利用这些单元类型可以构造流体部分的模型，然后利用相应的结构单元(如 PLANE42、SOLID45 等)构造固体模型。只有 FLUID29 和 FLUID30 单元才能与结构单元相接触(在结构的内部或者外部)；FULID129 和 FLUID130 单元只能与 FLUID29 和 FLUID30 单元相接触，而不能直接与结构单元接触。

§9.3 压磁-压电比拟法

ANSYS 中的耦合域功能可以完成压电场分析，即用于分析二维或三维结构对任意随时间变化的电压(电流)或机械载荷的响应，可以直接用于压电分析的耦合场单元是 PLANE13(2D)、SOLID5(3D)。这种分析类型可用于换能器结构动态性能分析，包括静态分析、模态分析、谐波响应分析、瞬态响应分析，没有直接用于压磁场的分析。因此，应用压电-压磁类比法[88]来进行。

ANSYS 解决压电耦合问题时选择如下压电方程

$$\begin{cases} T = c^E S - eE \\ D = eS + \varepsilon^S E \end{cases} \tag{9.12}$$

式中电弹常数

c^E—恒电场强度下的弹性系数；

e—压电应力常数；

ε^S—恒应变(截止)介电常数。

可以选择与(9.12)式相对应的磁致伸缩方程，对于力学量 S 作自变量，T 作因变量

$$\begin{cases} T = c^H S - \beta H \\ B = \beta S + \mu^S H \end{cases} \tag{9.13}$$

式中磁弹常数

c^H—恒磁场强度(H)下的弹性系数

β—磁致伸缩应变常数，表示单位应变引起的磁通密度变化量，它与磁致伸缩应力常数 σ 之间的关系为 $\beta=\mu^S\cdot\sigma$。

μ^S—恒应变(截止)磁导率。

从方程(9.12)和方程(9.13)的形式上看，只要把磁学量与电学量等效

$$\begin{cases} B\Leftrightarrow D \\ H\Leftrightarrow E \end{cases} \tag{9.14}$$

磁弹常数与电弹常数等效

$$\begin{cases} c^H\Leftrightarrow c^E \\ \beta\Leftrightarrow e \\ \mu^S\Leftrightarrow \varepsilon^S \end{cases} \tag{9.15}$$

则两个方程所描述的物理问题就可以化为同一形式的数学方程。如此推论，它们的有限元控制方程也具有相同的表现形式，参考方程(9.11)可以写出磁致伸缩机电耦合的有限元控制方程

$$\begin{bmatrix} [M] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix}\begin{bmatrix} [\ddot{u}] \\ [\ddot{A}] \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} [C] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix}\begin{bmatrix} [\dot{u}] \\ [\dot{A}] \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} [K] & [K_m] \\ [K_m]^{\mathrm{T}} & [K_\mu] \end{bmatrix}\begin{bmatrix} [u] \\ [A] \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} [F] \\ [\Phi] \end{bmatrix} \tag{9.16}$$

磁致伸缩耦合项出现在广义刚度阵中，$[K]$是机械结构刚度阵；$[K_\mu]$是磁导率矩阵，它由材料的 μ^S 和单元插值函数决定，对应于压电耦合中的介电矩阵$[K^d]$；$[K_m]$是磁致伸缩耦合矩阵，由材料的压磁系数矩阵$[\beta]$和单元插值函数决定，对应于压电耦合中的机电耦合矩阵$[K^Z]$，或者可以把$[K_m]$称作磁性机电耦合矩阵。

由(9.16)式计算出的广义位移向量和广义力向量中的$[A]$和$[\Phi]$应该具有磁场性质的含义。下面仍根据等效类比关系来阐明$[A]$和$[\Phi]$的物理意义。

在方程(9.11)中广义位移

$$V=\int_{x_1}^{x_2}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} \tag{9.17}$$

表示 x_2 点与 x_1 点之间的电压(电势差)。

而方程(9.16)中广义位移为

$$A=\int_{x_1}^{x_2}\boldsymbol{H}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} \tag{9.18}$$

如此看来，A 的物理意义仍不明朗，请参见图 9.3，沿图示回路积分

$$\oint\boldsymbol{H}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=nI \tag{9.19}$$

式中 nI 是回路内的安匝数。

且

$$\int_{x_2}^{x_3} \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} + \int_{x_3}^{x_4} \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} + \int_{x_4}^{x_1} \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} \ll \int_{x_1}^{x_2} \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} \tag{9.20}$$

所以可得出下面近似表达式

$$A = \int_{x_1}^{x_2} \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = nI \tag{9.21}$$

可见 A 的物理含义就代表磁致伸缩材料中 x_1x_2 一段上的激磁安匝数。

方程(9.11)中广义力

$$Q = \int_{\sum} \boldsymbol{D} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{\sigma} \tag{9.22}$$

代表 $\sum$ 截面上积累的自由电荷。

方程(9.16)中广义力为

$$\Phi = \int_{\sum} \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{\sigma} \tag{9.23}$$

(9.23)式的物理意义很鲜明,它表示截面 $\sum$ 穿过的磁通量。

根据这些赋予具体物理意义的广义位移和广义力可以计算出换能器的性能参数。

若换能器以恒流 I 工作,如图 9.3 所示,那么在换能器线圈上的电压为

$$U = \frac{\partial \Phi}{\partial t} \tag{9.24}$$

则换能器的输入阻抗可由下式表示

$$Z = Z_0 + \frac{\dfrac{\partial \Phi}{\partial t}}{I} \tag{9.25}$$

式中 Z_0 为换能器阻挡阻抗(或静态阻抗),如图 9.4 所示。

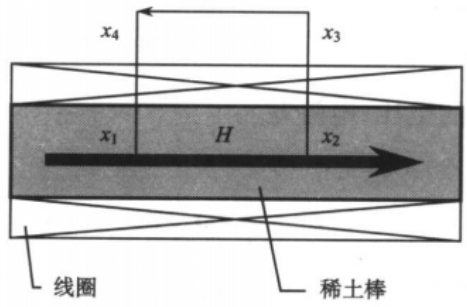


图 9.3 描述广义位移 A 的物理意义示意图

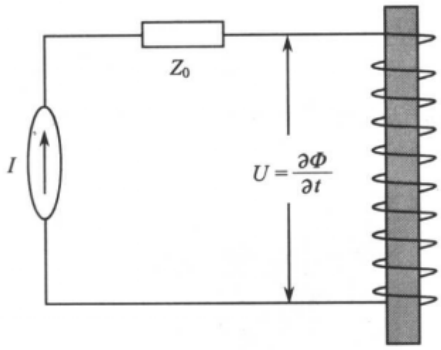


图 9.4　描述磁致伸缩换能器阻抗关系简图

在求解中，若同时考虑流体-结构耦合作用，将换能器与周围介质（足够大区域）作有限元网格划分，可一并求出声场参数，结合上面给出的电输入量（U，I）的值便可以计算出一系列换能器性能参数，如输入阻抗曲线、声源级、发射电压、发射电流响应、指向性图、机械品质因数及通频带带宽等。

§9.4　稀土超声频圆环型换能器的设计

9.4.1　稀土换能器结构

换能器模型的建立要根据实际形状。圆环型结构换能器具有明显的轴对称特征，可只为一部分建模。在 ANSYS 的二维轴对称分析中，y 轴定义为对称轴，且在 x 轴上只能有正值。

研究的圆环型结构稀土换能器结构如图 9.5 所示。采用永磁钢加偏磁场。为防止长期在大信号电流的交流磁场作用下引起永磁体发生退磁现象，这里选用高磁能级、高矫顽力的永磁材料 NdFeB（也称磁王）。

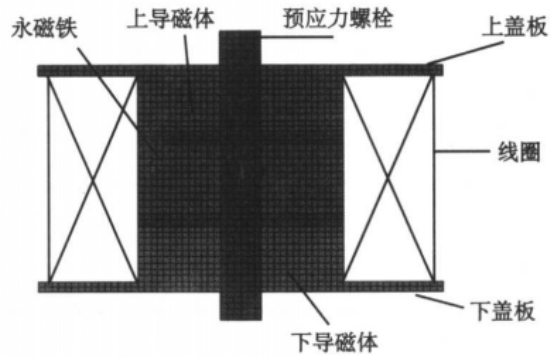


图 9.5　圆环型超声频稀土换能器

9.4.2　理论计算及实验测试

稀土材料具有各向异性性质，但要获得实际条件下的各刚度系数确非易事。

这里参考文献[2]中的参数，用压磁-压电比拟法，并利用 ANSYS 软件算得谐振频率为 23.2kHz，振型如图 9.6 所示。由计算得到的导纳曲线图(如图 9.7 所示)也可以看出谐振基频。计算中没有考虑环绕稀土棒的激励线圈。

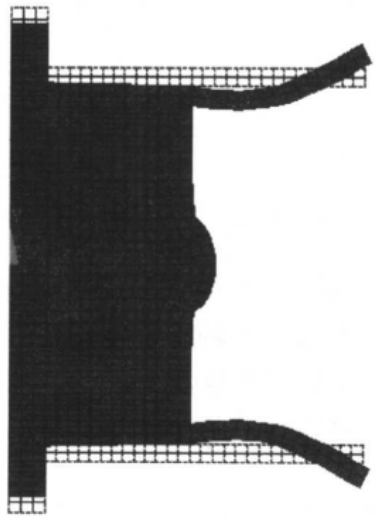


图 9.6 稀土换能器基频振型

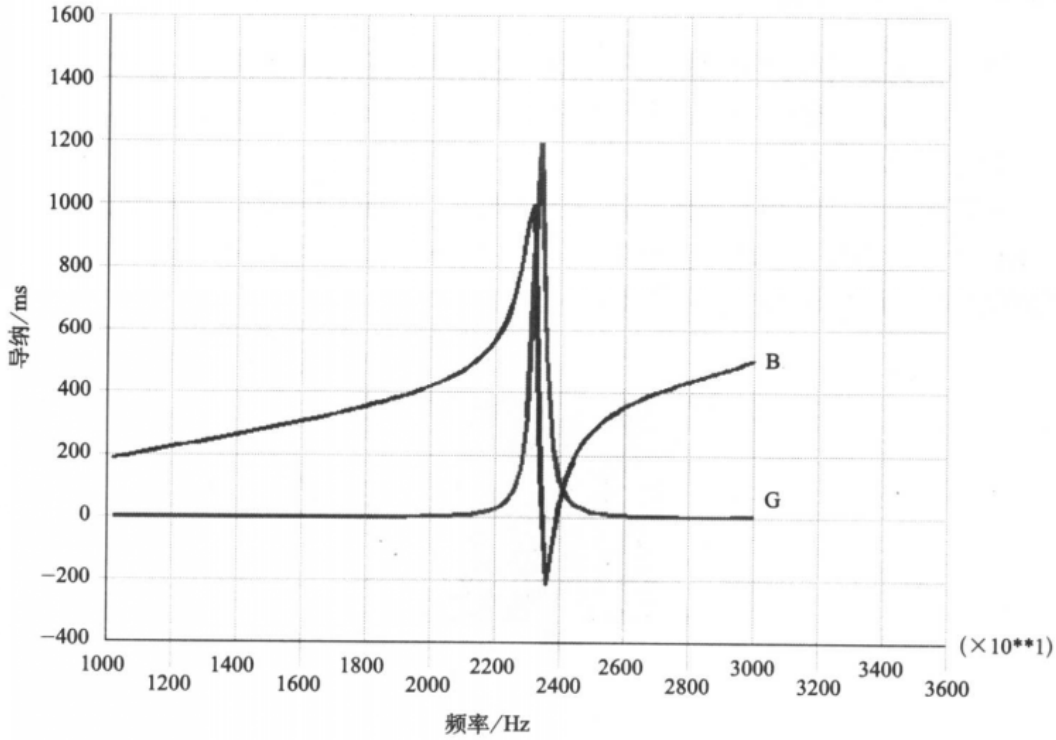
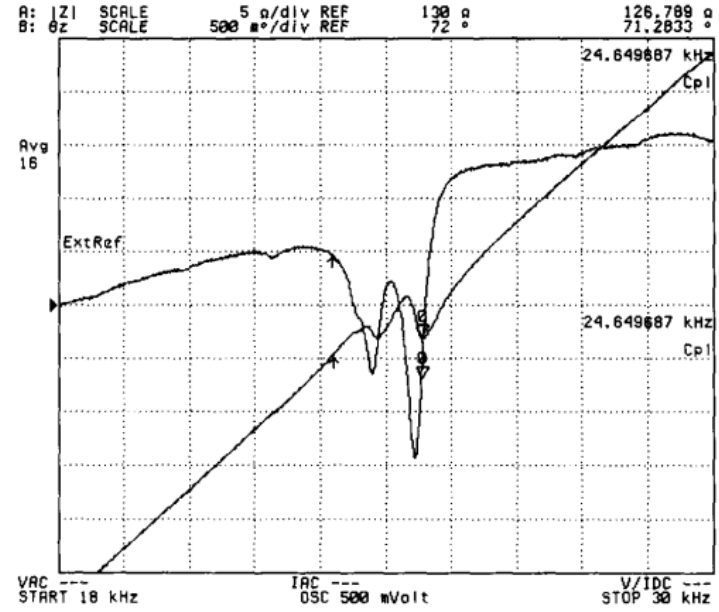


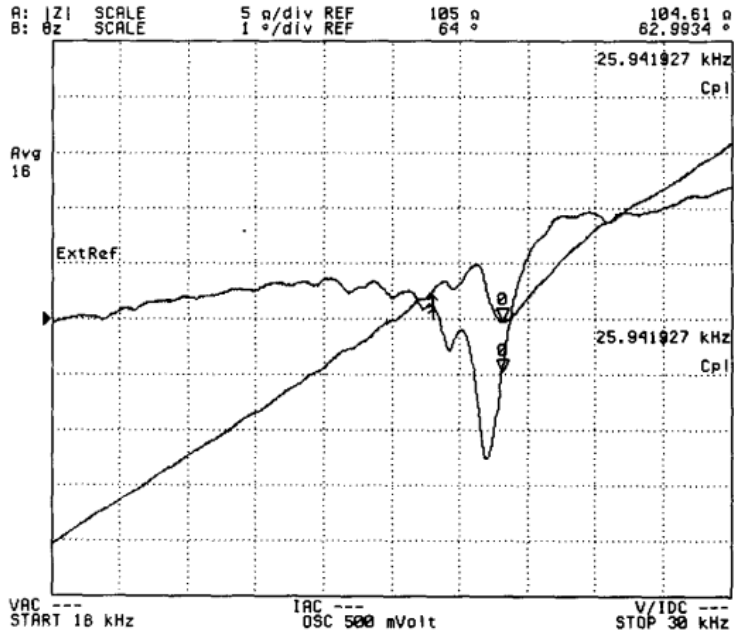
图 9.7 稀土换能器的导纳曲线

如果要计算换能器在水中的发射特性，可建立流-固耦合模型。流体内边界和流体单元可选用 FLUID29，流体外边界线可选用 FLUID129。由压磁-压电比拟法，可以算出换能器电流发射响应、频带宽度、指向性等表征换能器性能的其他各参量。

实验测得换能器的阻抗及幅角曲线如图 9.8(a)和 9.8(b)所示。图 9.8(a)表



(a) 线圈外未加闭合导磁圆桶



(b) 线圈外加有闭合高导磁率圆桶

图 9.8　稀土换能器的阻抗及幅角实验测量曲线

示线圈外未加闭合导磁圆桶，图 9.8(b)表示线圈外加有闭合高导磁率圆桶，两者的谐振频率分别为 24.6kHz 和 25.9kHz。可以看出，图 9.8(b)的耦合系数要好于图 9.8(a)，这与文献[89]中论述相仿。

测得线圈外加有闭合高导磁率圆桶时，换能器的导纳圆如图 9.9 所示。

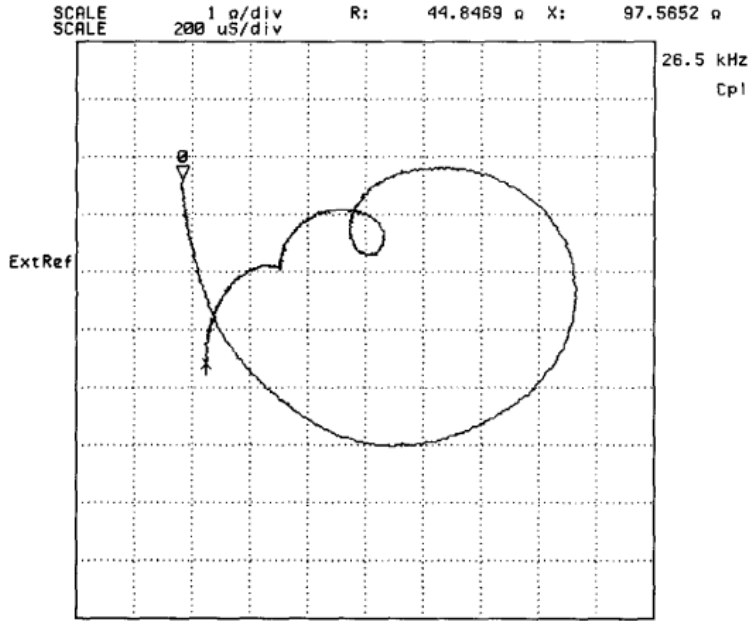


图 9.9 稀土换能器的导纳圆图

9.4.3 与同频率压电陶瓷换能器尺寸比较

图 9.5 所示的换能器总长为 33mm。假设用两尺寸为 ϕ30mm，厚度总为 10mm 的压电陶瓷片来代替文中的 ϕ30mm，长度为 10mm 的稀土棒，上下导磁体的尺寸保持不变，且保持上下盖板厚度均匀对称，算得谐振频率为 25.9kHz 时，换能器的总长应为 43mm，比稀土换能器长度增长 1/3。

因此，稀土换能器不但振幅大，承受的电功率大，相对于同频率的压电陶瓷换能器来说，有利于小型化设计。

对研制的圆环型换能器的上下盖板分别加装前辐射头和后质量块，很容易构成复合棒型纵振换能器。

用稀土超磁致伸缩材料来研制大功率换能器是可行的，与同频率压电陶瓷换能器相比，该换能器尺寸小。在换能器的激励线圈外面，加上高导磁率闭合圆桶，有利于换能器耦合系数的提高，原因是减少漏磁损耗。

稀土超磁致伸缩材料既导磁又导电，高频工作时其涡流损耗会增大。使用的稀土棒为分片切割后黏结，限于技术和成本等原因，每片厚度为 1mm。以后若每

片能再切割得更薄些，无疑能减小涡流损耗，提高换能器效率。

文献[90]用 ANSYS 软件分别设计了压电和稀土两种 15kHz 的稀土换能器，为测量其施加电功率的能力在换能器前盖板前连接 B 型变幅杆。同样施加 100V 激励电压，分别测量了这两种换能器的发送电压响应，如图 9.10 所示。曲线表明，在 15kHz 谐振频率处压电换能器的发送电压响应要比稀土换能器的低 3dB。该文还测试了两者的功率线性曲线。发现在线性范围内，压电换能器的最大声源级达到 201dB，而稀土换能器则为 202.8dB。测得压电换能器在谐振频率处效率达到 66%，而稀土换能器则为 34%，但后者 3db 带宽比前者宽。这两个换能器的其他性能比较如表 9.1 所示。

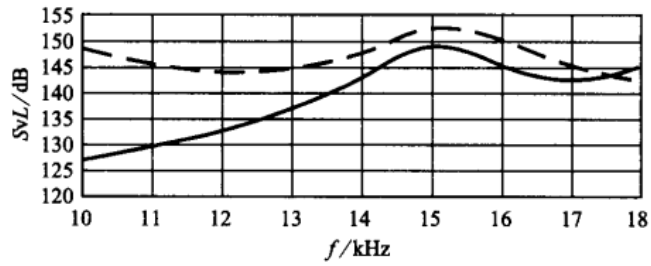


图 9.10　换能器发送电压响应曲线(间隔线为稀土换能器，细实线为压电换能器)

表 9.1　15kHz 压电换能器与稀土换能器一些性能比较

部分指标	压电换能量	稀土换能器
功率因数 $\cos\varphi$	0.866	0.276
最大可施加电压/V	400	350
对应的电流/A	0.344	4.193
最大可施加电功率/W	119	404

参 考 文 献

1 杜挺，张洪平，朱厚卿．$Tb_{1-x}Dy_x(Fe_{1-y}Mn_y)_2$ 1.95合金的磁致伸缩和声学性质及在水声换能器中的应用．中国稀土学报，1999，17(2)：108～110.

2 Claeyssen F，Bossut R，Boucher D. Modeling and Characterization of the Magnetostrictive Coupling. *In*：Hamonic B F，Wilson O B，Decarpigny J N. Power Transducers for Sonics and Ultrasonics. Toulon，1990，132～151.

3 Moffett M B. Characterization of Terfenol-D for Magnetostrictive Transducers. J. Acoust. Soc. Am.，1991，89(3)：1449～1455.

4 Clark A E. Magnetostrictive Rare Earth-Fe_2 Compounds *In*：Hamonic B F，Decarpigny J N. Power Sonic and Ultrasonic Transducers Design. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York，1987.

5 Claeyssen F，Boucher D，Faure S. Comparative Study of Terfenol-D Piezomagnetic Constants. *In*：Tyren C. Proc. sec. int. Con. on giant magnetost alloys. Lund：Sensglas，1988，31.

6 Boucher D. New Solutions for Low Frequency Sonar Projectors. *In*：McCollum M D，Hamonic B F，Wilson O B. Transducers for Sonics and Ultrasonics. Orlando：Technomic Publishing Co. Inc.，1992，17～37.

7 龙毅，张正义，李守卫．新功能磁性材料及其应用．北京：机械工业出版社，1997.

8 何国，周寿增，李建国，等．我国稀土超磁致伸缩材料的研究与应用现状．材料导报，1996，5：12～17.

9 Steel G A. A 2kHz Magnetostrictive Transducer. *In*：McCollum M D，Hamonic B F，Wilson O B. Transducers for Sonics and Ultrasonics. Orlando：Technomic Publishing Co. Inc.，1992，181～197.

10 Steel G A，Oswin J R. A Magnetostrictive Transducer Design. *In*：McCollum M D，Hamonic B F，Wilson O B. Transducers for Sonics and Ultrasonics. Orlando：Technomic Publishing Co. Inc.，1992，152～161.

11 Nakano，et al. Giant Magnetosttictive Acoustic Transducer and Its Application to Acousticmouitoring of Oceans. International Syaposium on Giant Magnetostrictive Materials and Their Applications. Japan，1992，77～82.

12 Tenghman R，et al. Flextensional Transducers Based on Terfenol-D. International Symposium on Giant Magnetostrictive Materials and Their Applications. Japan，1992，83～89.

13 莫喜平. Terfenol-D鱼唇式弯张换能器. 声学学报，2001，16(1)：25～28.

14 赵荣荣. 自由溢流镶拼六面体稀土换能器的研制. 舰船科学技术，1999，3：38～41.

15 周利生. 多边形稀土换能器. 声学与电子工程，1996，1：8～17.

16 蔡志恂，高毅品，申扣喜．用Terfenol-D驱动的凹筒型换能器．声学技术，2003，22(3)：150～152.

17 刘强，范进良，曹荣．压电/超磁致伸缩混合式宽带纵振换能器的线性数学模型. 声学与电子工程，2005，1：12～15.

18 刘楚辉，超磁致伸缩材料的工程应用研究现状，机械制造，2005，43(8)：25～27.

19 Etrena Products Inc. [2005-12-12]. http://www. etrema-usa. com/prfeb9. html.

20 Edge Technologies Inc. [2005-12-12]. http://dea. main. com/meetings/2003/AUG21-03/Etrena-DEA-2003-B. pdf.

21 贺西平. 弯张换能器的发展简史及展望. 声学技术，1999，1：46～49.

22 Hayes H C. Sound Generating and Directing Apparatus：U S，2064，911. 1936.

23 Toulis W.J. Flexural-Extensional Electromechanical Transducers：U S，3277 433. 1966.

24 Abbott F R. Broad Band Electroacoustic Transduce:U S,2895 062. 1959.

25 Merchant H C. Underwater Transducer Apparatus:U S,3258 738. 1966.

26 俞宏沛. 纵向振动换能器工程设计理论(上). 水声通讯,1984,(3):17～58.

27 贺西平,等. 纵振型超声变幅杆的等效四端网络. 陕西师大学报(自然科学版), 1994 ,22(1):87～88.

28 贺西平,等. 超声扭振系统的四端网络设计法. 应用声学,1994,13(3):33～36.

29 周光平. 超声弯曲模式变幅杆的振动分析. 声学学报,2000,2:120～125.

30 Pagliarini J A,et al. Flextensional Transducer:U S ,4 384 351. 1983.

31 Howarth T R. Permanent Magnet Biased Magnetostrictive Transducer:U S,4703464. 1987.

32 Raymond Porzio. Self-Biased Modular Magnetostrictive Drive And Transducer: U S,4845450. 1989.

33 李启虎. 水声学研究进展. 声学学报,2001,26(4):295～301.

34 Boone J N,Royster L H. An Equivalent Source Strength Math Model for the Class I Flextensional Underwater Acoustic Transducer Shell Design,AD. 689205,1969.

35 Boone J N,Royster L H. An Approximate Mathematical Model for Free Vibrations of the Class Ⅱ Flextensional Underwater Acoustic Transducer Shell, AD. 691828, 1969.

36 Rutledge J R. Approximate Model for Predicting Operational Parameters of the Class Ⅳ Flextensional Underwater Transducer. J. Acouct. Soc. Am. ,1972,51(1):82～90.

37 Nelson R A. Development of a Mathematical Model for the Class V Flextensional Underwater Acoustic Transducer. J. Acouct. Soc. Am. ,1970,49(5):1609～1616.

38 Brigham G A. Analysis of the Class IV Flextensional Transducer by Use of Wave Mechaics. J. Acoust. Soc. Am. ,1974,56(1):31～39.

39 Debus J C. Analysis of a Class IV Felxtensional Transducer Using Piece-part Equivalent Circuit Models. IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics,1992,181～197.

40 Allik H,Hughes T J R. Finite Element Method for Piezoelectric Vibration. int. J. Numer. Methods Eng, 1970,2:151～157.

41 周寿增,赵青,张文勇,等. $Tb_{0.3}Dy_{0.7}(Fe,M)_{1.95}$合金的声速和弹性模量与磁化磁场的关系. 材料研究学报,2001,15(1):135～137.

42 贺西平,李斌,孙进才. Terfenol 棒径向开缝数目的计算. 应用声学,1998,3:43 ～45.

43 List Prices for Etrema Terfenol-D. Etrema Products Inc. ,1991,4.

44 Purcell C J. Terfenol Driver for the Barrel-Stave Projector. *In*:McCollum M D ,Hamonic B F,Wilson O B. Transducers for Sonics and Ultrasonics. Orlando:Technomoc Publishing Co. Inc. ,1993,161～169.

45 周福洪. 水声换能器及基阵. 北京:国防工业出版社,1984.

46 Martin G E. Vibrations of Coaxially Segmented. Longitudinally Polarized Ferroelectric Tubes. J. Acoust. Soc. Am. ,1964,36(7):1366～1370.

47 贺西平,李斌,孙进才. Terfenol 棒的磁致伸缩等效电路. 西北工业大学学报,1999,1: 82～86.

48 栾桂冬,张金铎,王仁乾. 压电换能器和换能器阵. 北京:北京大学出版社,1990.

49 刘文静,俞宏沛,周利生,等. 四端网络法在稀土纵振换能器设计中的应用. 声学与电子工程,2004,3: 12～16.

50 林仲茂. 超声变幅杆的原理与设计. 北京:科学出版社,1987.

51 李继增,林家旺. 用网络方程计算纵振换能器. 水声通讯, 1983,1:20～23.

52 林仲茂. 决定超声换能器最大效率的参量 N_{eff}. 声学学报,1992,4:267～270.

53 江泽佳. 电路原理(上册). 北京:人民教育出版社,1979.

54 Yukio Kagawa. Finite Element Approach for a Piexoelectric Circular Rod. IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics, 1979, 23(6): 379～385.

55 贺西平，孙进才，李斌．低频大功率稀土磁致伸缩弯张换能器的有限元设计理论及实验研究—I. 理论部分. 声学学报，2000，25(6)：521～527.

56 Oswin J, Dunn J. Power and Depth Performance of Class IV Flextensional Transducers. *In*: Hamonic B F, Decarpigny J N. Power Sonic and Ultrasonic Transducers Design. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1987, 121～133.

57 Ceung Y K, Yeo M F. 实用有限单元分析导论．谢秀松，王贻荪，李兰芬译. 北京：人民交通出版社，1982.

58 Mason W P. Physical Acoustics Principles and Methods. New York: Academic, 1964, I(A).

59 饶寿基．有限元法和边界元法基础．北京：北京航空航天大学出版社，1990.

60 谢贻权，何福保．弹性和塑性力学中的有限单元法．北京：机械工业出版社，1981.

61 黄义主．弹性力学基础及有限单元法．北京：冶金工业出版社，1964.

62 朱伯芳．有限单元法原理与应用．北京：水利电力出版社，1979.

63 Wooliett R S. Effective Coupling Factor of Single-Degree-of-Freedom Transducers. J. Acouct. Soc. Am., 1966, 40(5): 1112～1123.

64 Butler JL. A Finite Element Method for Estimating the Effective Coupling Coefficient of Magnetostrictive Transducers. J. Acouct. Soc. Am., 1994, 95(5): 2533～2535.

65 贺西平．稀土 Tonpilz 换能器的有限元设计法. 应用声学，2001，3：18～21.

66 莫喜平，刘建国，崔政，等．22kHz Terfenol-D 水声换能器. 见：中国声学学会 2002 年全国声学学术会议论文集，2002，503～504.

67 Hunt J T, Knittel M R, Barach Don. Finite Element Approach to Acoustic Radiation form Elastic Structures. J. Acoust. Soc. Am., 1974, 55(2): 269～279.

68 Chen L H, Schweikert D G. Sound Radiation from an Arbitrary Bodies. J. Acoust. Soc. Am., 1963, 35(10): 1626～1632.

69 Meyer W L, Bell W A, Stallybrass M P, et al. Boundary Integral Solutions of Three Dimensional Acoustic Radiation Problems. J. Sou. Vib., 1978, 59(2): 245～262.

70 赵键．浸水轴对称弹性薄壳的耦合振动与声辐射．见：上海交通大学博士论文，1988.

71 李东林，蒋楠祥．水声换能器电声特性的一种分析方法．声学学报，1993，18(2)：130～142.

72 贺西平. VII 型低频弯张稀土换能器研究. 声学与电子工程，2004，2：1～4.

73 Seybert A F, Soenarko B, Rizzo F J, et al. An Advanced Computational Method for Radiation and Scattering of Acoustic Waves in Three Dimensions. J. Acoust. Soc. Am., 1985, 77(2): 362～368.

74 贺西平. 弯张换能器尺寸与其同相振动谐振频率的关系. 应用声学，2002，3：18～20.

75 Moffett M B, Powers J M. Comparison of Terfenol-D and PZT-4Power limitations. J. Acoust. Soc. Am., 1991, 90(2): 1184～1185.

76 Rynne E F. Innovative Approaches for Generating High Power, Low Frequency Sound. *In*: McCollum M D, Hamonic B F, Wilson O B. Transducers for Sonics and Ultrasonics. Orlando: Technomic Publishing Co. Inc., 1992.

77 贺西平，李斌. 弯张换能器装配预应力及入水后的变化. 物理学报，2004，53(2)：498～502.

78 Katz H W. Solid State Magnetic and Dielectric Devices. New York: Wiely, 1959.

79 Wollett R S. Power limitations of Sonic Transducers. IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics,

1968,SU-15:218～229

80 汪风泉,郑万泔. 实验振动分析. 南京:江苏科学技术出版社,1988.

81 陈航. 弯张换能器壳体的振动特性研究. 见:西北工业大学硕士学位论文,1989.

82 Meirovitch L. Elements of Vibration Analysis(2nd). Mcgraw-Hill,Inc.,1975.

83 袁振宇,崔西宁,任兴民. 机翼模型振动实验中的若干问题. 见:全国第七届模态分析与实验学术会议论文集,1995.

84 袁振宇,胡列,闫云聚. 复合材料加筋板振动实验模态分析. 见:全国第七届模态分析与实验学术会议论文集,1995.

85 贺西平,李斌,孙进才. 低频大功率稀土磁致伸缩弯张换能器的有限元设计理论及实验研究—II. 实验部分. 声学学报,2001,26(4):377～380.

86 Moffett M B,Porzio Raymond ,Bernier G L. High-Power Terfenol-D Flextensional Transducer(Revision A),1995.

87 李传金. 超磁致伸缩稀土换能器测量系统,声学与电子工程,2001,3:38～40.

88 莫喜平,朱厚卿,刘建国,等. Terfenol-D 超磁致伸缩换能器的有限元模拟. 应用声学,2000,19(4):5～8.

89 夏铁坚,周利生,范进良,等. 一种大功率稀土纵向振动换能器的研究. 声学技术,2003,22(1):22～25.

90 刘文静,周利生,夏铁坚等. 稀土超声换能器特性研究. 声学与电子工程,2005,4:28～31.